

Alcune osservazioni sull'esperimento del secchio di Newton^(*)

I *Principia Mathematica* di I. Newton rappresentarono per la comunità scientifica del 700 e 800 uno dei punti cardine della ricerca scientifica e uno straordinario modello per affrontare ogni tipo di fenomeno naturale, sia per la semplicità degli assunti compiuti, sia per il rigore matematico utilizzato nel determinare le conclusioni ed infine anche per il continuo controllo sperimentale che si conduceva. Solo alcuni scienziati e filosofi analizzarono in modo approfondito i fondamenti dell'edificio costruito dallo scienziato inglese e in alcuni casi giunsero a mostrarne i difetti concettuali e le incongruenze logiche (vedi Berkeley, Leibniz). Nel suo complesso però la Meccanica superò le critiche che le furono mosse e all'inizio dell'800 rappresentava il modello su cui costruire ogni sapere scientifico.

L'argomento principale affrontato da Newton nei *Principia Mathematica* è lo studio del movimento naturale: egli distingue nelle prime pagine dell'opera fra moto *assoluto* - oggetto della ricerca scientifica per mezzo dei concetti di *spazio e tempo assoluti* - e moto *relativo* - quello compiuto da un corpo in riferimento ad altri oggetti, che a volte può essere ingannevole. Ma come distinguere fra moto assoluto e moto relativo, se la nostra sensibilità ci permette di osservare solo moti relativi? La risposta fornita da Newton si basa su una serie di osservazioni ed in particolare sulla famosa *esperienza del secchio*: si appenda un vaso pieno d'acqua ad una corda e si imprima un moto circolare continuo fino a che la corda non sia divenuta rigida. Lasciando poi srotolare la fune, il secchio inizia a compiere un moto rotatorio, mentre l'acqua al suo interno rimane in quiete. Il moto prosegue e la rotazione viene trasmessa dal vaso al liquido fino a quando si presenta il caso del secchio oramai fermo e del pelo libero dell'acqua che assume una forma concava. L'innalzamento dell'acqua lungo le pareti del vaso non è dovuto alla rotazione relativa rispetto alle pareti, in quanto non si è verificato il medesimo effetto quando il secchio ruota mentre l'acqua rimane in quiete (verificandosi in ogni caso una rotazione relativa) ma rappresenta il moto vero del liquido. L'effetto osservato è spiegato con la presenza di una *forza centrifuga* che allontana le particelle dall'asse di rotazione. Se ne deduce dunque che, almeno nel caso di moti rotatori, l'osservazione di accelerazioni centrifughe (inerziali) consente di discernere fra movimento vero e movimento apparente. Una conseguenza importante dell'argomentazione newtoniana è che l'accelerazione di un corpo, a differenza della sua velocità, è un concetto assoluto che non dipende dal sistema di riferimento utilizzato; conclusione che trasferita in ambito matematico garantisce l'invarianza delle leggi dinamiche per trasformazioni di Galileo.

L'esperimento del secchio suscitò un vivace dibattito nella comunità scientifica ed un contributo decisivo venne fornito intorno alla fine dell'800 da E. Mach. Nella sua opera principale (*La Meccanica nel suo sviluppo storico critico*⁽¹⁾) egli prende in esame l'esperienza del secchio

(*) *Einstein's formulations of Mach's Principle*, C.Hoefer, Einstein Studies,VI,1995

(1) Mach, Ernst, *Die mechanik in ihrer Entwicklung. Historisch-kritisch dargestellt* (Leipzig,1883)

e giunge alla conclusione che le forze centrifughe osservate sono ‘*prodotte*’ dal moto relativo dell’acqua rispetto alla massa della terra e ‘*agli altri corpi celesti*’, mentre il suo moto relativo rispetto alle ‘*pareti del secchio*’ non produce alcun effetto osservabile.

Egli dunque perviene a una spiegazione dell’esperienza in termini esclusivamente relativi in cui sono assenti concetti quali spazio, tempo e moti assoluti; le forze centrifughe sono descritte tramite il moto relativo dell’acqua rispetto all’insieme delle stelle fisse e non sono l’espressione di una rotazione vera in riferimento ad uno spazio assoluto.

Si può interpretare il ragionamento machiano anche da un altro punto di vista. Mach infatti afferma che le forze centrifughe sono ‘*prodotte dal moto relativo*’ alla massa delle stelle fisse, quasi come se le stelle avessero un ruolo attivo nella determinazione delle forze. Sembrerebbe che lo storico austriaco suggerisca ‘*un nuovo meccanismo fisico*’ che spieghi l’origine delle forze inerziali in una qualche interazione causale fra l’acqua nel secchio e le altre masse dell’universo. Questa interpretazione dei passi machiani ebbe un notevole successo, tanto che essa favorì lo sviluppo della Relatività Generale di Einstein.

Riportiamo dunque i passi più significativi e cerchiamo di sottolineare quale possa essere una certa loro lettura (ricordiamo al riguardo che la loro corretta interpretazione avviene solo alla luce della filosofia machiana e non la affronteremo in questa breve nota ⁽²⁾).

Sviluppando la sua analisi sul moto e sul Principio di Inerzia, Mach prende in esame l’esperienza del secchio e compie la seguente osservazione:

Si cerchi di tenere fermo il vaso newtoniano, di far ruotare il cielo delle stelle fisse e di verificare l’assenza delle forze centrifughe

A prima vista sembra quasi che voglia proporre – se un tale caso si verificasse – che la rotazione relativa delle masse stellari induca la presenza di forze centrifughe. In realtà egli vuole sottolineare che l’esperienza del vaso può essere descritta in due modi diametralmente opposti; da una parte si può infatti considerare il vaso in rotazione e le stelle fisse immobili (come avviene di solito) e dall’altra immaginare invece il vaso fisso e l’insieme delle stelle in rotazione attorno ad esso. Mach non distingue fra le due descrizioni, le ritiene anzi equivalenti, in quanto gli unici moti che considera sono quelli relativi. Infatti poco sopra sottolinea che

Il sistema del mondo ci é dato una sola volta [in corsivo] e che la teoria tolemaica e quella copernicana sono solo interpretazioni [in corsivo], ed entrambe ugualmente valide.

Il suo obiettivo dunque é la descrizione di ciò che accade attraverso concetti relativi, eliminando le astruità metafisiche quali lo spazio ed il tempo assoluti. Potremmo condensare le idee di Mach espresse nelle frasi precedenti nei seguenti enunciati:

1. Ogni moto naturale é un moto relativo; l’accelerazione, che per Newton rappresentava un fatto assoluto, diviene relativa ai corpi rispetto a cui si valuta il moto.
2. La descrizione di un moto naturale – come ad esempio il moto di rotazione terrestre – può essere compiuto utilizzando ‘sistemi di riferimento’ differenti, a patto di salvaguardare la rappresentazione del fenomeno osservato.

Le conclusioni machiane sull’esperienza del secchio sono ugualmente interessanti ed ebbero una notevole influenza nello sviluppo della fisica. Riportiamo due brani significativi:

⁽²⁾Si leggano al riguardo gli articoli: Norton, John, *Mach’s Principle before Einstein*, Einstein Studies, VI(1995); Gasco, Enrico, <http://philsci-archive.pitt.edu/archive/00001259/01/>

L'esperimento newtoniano del vaso pieno d'acqua sottoposto a moto rotatorio ci insegna solo che la rotazione relativa dell'acqua rispetto alle pareti [in corsivo] del vaso non produce forze centrifughe percettibili, ma che tali forze sono prodotte dal moto rotatorio relativo alla massa della terra e agli altri corpi celesti. (a)

E poco piú avanti Mach prosegue

Nessuno può dire quale sarebbe l'esito dell'esperimento, in senso qualitativo e quantitativo, se le pareti del vaso divenissero sempre piú massicce, fino ad uno spessore di qualche miglio (b)

Leggendo questi passi sembrerebbe che le stelle fisse abbiano una qualche influenza sulla presenza delle forze inerziali e che queste ultime siano prodotte dal moto relativo alle altre masse dell'universo (lettura della (a)). L'idea viene confermata dalla considerazione successiva – la (b) – dove, con un'argomentazione retorica di difficile interpretazione, Mach sembra proporre una nuova versione dell'esperimento del secchio in cui le pareti divengano molto piú massicce ed in tal modo inducano forze centrifughe all'interno dell'acqua.

In breve i passi (a) e (b) ci inducono a pensare che:

3. Le forze inerziali osservate nell'esperienza del vaso sono riconducibili alla presenza delle altre masse dell'universo.

Partendo ora da queste tre conclusioni tratte dalle frasi machiane – che rappresentano già una interpretazione del suo pensiero – cerchiamo di seguire un breve percorso che ci condurrà ai principi cardine della Relatività Generale.

La conclusione (3) che abbiamo riportato poco sopra é in realtà una considerazione che compie lo stesso Einstein in un breve articolo del 1912. Quella breve nota, in cui non vi era ancora alcun accenno alla svolta verso la geometria differenziale compiuta l'anno successivo, era una aggiunta ad un suo contributo ben piú poderoso dove veniva sviluppata una preliminare teoria della gravitazione. Egli considerava un guscio sferico di materia K ed un punto massivo P al suo interno e mostrava come il moto di K modifica le proprietà inerziali di P. Alla conclusione della nota Einstein introduce una considerazione che ripropone in modo piú articolato la (3). Egli infatti afferma

... la presenza del guscio sferico inerziale K incrementa la massa inerziale del punto materiale P posto al suo interno. Questo fatto rende plausibile l'idea che l'intera inerzia di un punto massivo sia l'effetto della presenza di tutte le altre masse, risultante da una qualche interazione con esse. Questo é esattamente il punto di vista che Mach ha argomentato in modo persuasivo nelle sue penetranti ricerche sulla questione.

Si noti da subito come rimane oscuro quale sia 'questo certo tipo di interazione' fra le masse dell'universo e il punto massivo. Le idee si chiariscono maggiormente l'anno seguente quando nell'*Entwurf*⁽³⁾ Einstein espone l'obbiettivo principale di una corretta teoria della gravitazione: la determinazione della metrica una volta noto il contenuto di materia-energia dell'universo. In questo modo le proprietà inerziali vengono ricondotte allo studio della metrica dello spazio-tempo e l'interazione, ancora oscura nel 1912, alla presenza di un campo gravitazionale.

Einstein seguirá questa linea di ricerca fino alla conclusione nel 1918 quando espone per la prima volta il *Principio di Mach*:

⁽³⁾Einstein, Albert, *Physikalische Grundlagen einer Gravitationstheorie*, Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft Zürich 58, (1913)

Principio di Mach: Il campo G é completamente determinato dalle masse dei corpi. Poiché la massa e l'energia, in accordo con i risultati della Relatività speciale, sono la medesima cosa, e poiché l'energia é formalmente descritta nel tensore simmetrico ($T_{\mu\nu}$), se ne deduce che il campo G é condizionato e determinato dal tensore dell'energia-impulso.⁽⁴⁾

Sempre nell'*Entwurf* ricompare la considerazione (1) e lo scienziato tedesco cita proprio Mach come sua fonte di ispirazione; egli infatti afferma che la nuova teoria della gravitazione supera un difetto epistemologico messo in risalto nella Meccanica machiana del 1883. Riportiamo ancora una volta le parole di Einstein

La teoria sviluppata elimina un difetto epistemologico, enfatizzato in primo luogo da E. Mach, che colpisce non solo l'iniziale teoria della relatività ma anche la meccanica galileiana. É plausibile ora supporre che il concetto di accelerazione di un punto materiale possa non avere un significato assoluto, proprio come capita per il concetto di velocità.

Se dunque l'accelerazione non presenta piú questo ruolo privilegiato, se ne deduce che dipende (in termini cinematici) dai corpi rispetto a cui é valutata, quindi in ultima analisi rispetto al sistema di riferimento considerato. Il Principio di Relatività sviluppato nell'articolo del 1905, che asseriva l'equivalenza fra i sistemi inerziali, viene ora esteso a comprendere sistemi che presentano l'un l'altro una qualsiasi accelerazione (si noti che non ci si limita al solo moto uniformemente accelerato). Abbiamo dunque ottenuto in embrione il Principio di Relatività Generale.

Le considerazioni sui Sistemi di Riferimento occuparono Einstein per lungo tempo fin dalla pubblicazione dell'articolo sulla Relatività Ristretta del 1905. Sappiamo che intorno al 1907 egli ebbe quella che consideró l'idea piú geniale della sua vita e che lo portó a formulare il *Principio di Equivalenza*. Esso afferma in sostanza che un sistema inerziale immerso in un campo gravitazionale esterno può essere trattato – almeno localmente – come un sistema uniformemente accelerato. L'idea del Principio di Equivalenza compare in un'osservazione che Einstein compie nel 1914 in una lunga esposizione sui correnti sviluppi della teoria della Relatività Generale. Egli considera l'argomento newtoniano della presenza di forze centrifughe a favore dell'esistenza del moto assoluto e in seguito prosegue riformulando in modo del tutto personale le considerazioni machiane:

Non dobbiamo necessariamente ricondurre l'esistenza di queste forze centrifughe ad un moto [assoluto] di K' ; possiamo in eguale modo riportarle al moto rotatorio delle masse distanti in relazione a K' , quando trattiamo K' come se fosse 'a riposo'... D'altra parte il seguente importante argomento parla a favore della posizione relativistica. Le forze centrifughe che agiscono su un corpo in certe condizioni sono determinate dalle medesime costanti naturali di un campo gravitazionale che viene esercitato sul medesimo oggetto [cioé la sua massa], in modo tale che non abbiamo alcun mezzo per differenziare un campo centrifugo da uno gravitazionale... Questo rende accettabile l'idea che possiamo concepire il sistema K' come se fosse in quiete e il campo centrifugo come un campo gravitazionale.⁽⁵⁾

⁽⁴⁾Einstein, Albert, *Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie*, Annalen der Physik 55,(1918)

⁽⁵⁾Einstein, Albert, *Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie*, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, (1914)

In questa frase il Principio di equivalenza é esteso dai sistemi che si muovono di moto uniformemente accelerato a quelli che derivano da moti rotatori. Anche i campi centrifughi sono considerati come campi gravitazionali. . .

Le considerazioni di Mach sull'argomento del secchio permettono ad Einstein di estendere non solo il principio di relativitá formulato nel 1905, ma anche quello di equivalenza a cui era pervenuto qualche anno dopo. Per concludere questa breve nota osserviamo che le 'estensioni' descritte rappresentano il preludio al passo decisivo che deve compiere Einstein per ottenere una corretta teoria della gravitazione: la richiesta di covarianza generale per le equazioni di una teoria fisica. Se consideriamo infatti il Principio di equivalenza, notiamo che esso mostra come estendere la validitá delle equazioni di una teoria del moto a sistemi di riferimento in moto uniformemente accelerato, in quanto consideriamo i sistemi come immersi in un campo gravitazionale. Ma l'estensione della validitá delle equazioni di una teoria a tutti i sistemi di riferimento – come ci richiede il Principio di equivalenza esteso dalle considerazioni 'machiane' – é proprio quello che richiede la covarianza generale. Con le parole di Einstein del 1916 '*La richiesta di covarianza generale delle equazioni abbraccia il principio di equivalenza*'.

In modo analogo si raggiunge la covarianza generale prendendo in esame il principio di relativitá. Quest'ultimo asserisce che vi é una classe particolare di sistemi di riferimento privilegiati: quelli inerziali. L'accelerazione, dopo le analisi di Mach, non possiede piú quell'aspetto assoluto che presentava ancora nella relativitá ristretta e viene determinata dal sistema di riferimento scelto; in questo modo tutti i sistemi di riferimento sono tra loro equivalenti, indipendentemente dal moto che li anima. É facile ora notare che l'equivalenza di tutti i sistemi é una conclusione evidente del Principio di covarianza generale.