L'influenza della gravità sulla propagazione della luce

A. Einstein

In un articolo pubblicato tre anni fa, provai già a rispondere alla domanda se la propagazione della luce sia influenzata dalla gravità. Ritorno ora su questo argomento in quanto la mia precedente analisi dell'argomento non mi soddisfa più, ma anche, forse è l'aspetto più importante, perché ora ho capito che una delle più importanti conseguenze di quella trattazione è accessibile all'esperienza. In particolare, si deduce che - in accordo con la teoria che andrò ad esporre – i raggi di luce nelle vicinanze del sole subiscono una deflessione a causa del suo campo gravitazionale, così che una stella fissa che brilla vicino al sole presenta una distanza angolare maggiore di almeno un secondo d'arco rispetto a quella effettiva.

Nel procedere dell'analisi, otterremo altri risultati riguardanti la gravitazione. Comunque, poiché la presentazione dell'argomento nella sua interezza sarebbe difficile da seguire, presenterò nelle pagine seguenti solo alcune semplici considerazioni che orienteranno il lettore sugli assunti di fondo e sulle linee guida della teoria. Anche se la base teorica è corretta, le relazioni qui ottenute sono valide solo in prima approssimazione.

1. Un'ipotesi sulla natura fisica del campo gravitazionale.

In un campo gravitazionale omogeneo (con accelerazione di gravità γ) si consideri un sistema di coordinate a riposo K che sia orientato in modo tale che le linee di forza del campo gravitazionale siano dirette lungo l'asse negativo delle z. In uno spazio libero da campi gravitazionali, si consideri poi un ulteriore sistema di coordinate K' che si muova di moto uniformemente accelerato (di accelerazione γ) nella direzione positiva delle z. Per non complicare la trattazione non considereremo la relatività – almeno inizialmente – e tratteremo i due sistemi dal punto di vista della cinematica convenzionale e i moti svolgentisi in essi in accordo con l'usuale meccanica.

Punti materiali non soggetti all'azione di altri oggetti si muovono sia in riferimento a K che a K' in accordo con le equazioni

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = 0, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -\gamma \tag{1}$$

Per il sistema accelerato K' questo segue direttamente dal principio di Galileo, ma per il sistema K a riposo in un campo gravitazionale omogeneo, questo deriva dall'esperienza che tutti i corpi subiscono la medesima accelerazione. Quest'uguaglianza della caduta in un campo gravitazionale per ogni oggetto fisico è una delle esperienze più universali che l'osservazione della natura ci ha fornito; nonostante ciò questa legge non rappresenta alcun fondamento nella costruzione della fisica.

Ma noi raggiungiamo una soddisfacente interpretazione della legge naturale se assumiamo che i due sistemi K e K' siano perfettamente equivalenti da un punto di vista fisico, cioè se ammettiamo che il sistema K possa essere pensato in uno spazio privo di campi gravitazionali, ma dotato di un moto rettilineo uniformemente accelerato. Se ammettiamo questa idea non possiamo più parlare di accelerazione assoluta di un sistema di riferimento, proprio come non possiamo più concepire una velocità assoluta nella ordinaria teoria della relatività. Con questa idea, l'uguaglianza della caduta dei corpi in un campo gravitazionale è del tutto evidente.

Se ci manteniamo all'interno dei processi meccanici nei limiti di validità della meccanica newtoniana, possiamo essere certi dell'equivalenza dei due sistemi K e K'. Comunque, al fine di generalizzare le nostre osservazioni, i sistemi K e K' devono essere equivalenti per ogni fenomeno fisico, cioè, le leggi naturale espresse in riferimento a K devono essere le medesime rispetto a K'. Se accettiamo questo assunto, otteniamo un principio che possiede un grande significato euristico, a patto che sia realmente corretto. Infatti per mezzo di un'analisi teorica dei processi fisici descritti in un sistema uniformemente accelerato, otteniamo informazioni sul modo di verificarsi dei medesimi fenomeni in presenza di un campo gravitazionale omogeneo([1]). Nelle pagine seguenti mostrerò in primo luogo che la nostra ipotesi ha un alto grado di probabilità a partire dall'ordinaria teoria della relatività.

2. Sulla gravità dell'energia.

La teoria della relatività ha mostrato che la massa inerziale di un corpo aumenta con il suo contenuto di energia; se l'energia aumenta di una quantità E, l'aumento della massa inerziale diviene pari a E/c^2, dove c denota la velocità della luce. Ma vi è un aumento di massa gravitazionale in corrispondenza della crescita della massa inerziale? Se così non fosse, un corpo cadrebbe con una differente accelerazione nel medesimo campo gravitazionale, a causa del diverso contenuto energetico.

Il notevole risultato della teoria della relatività, secondo cui il principio di conservazione della massa si trasforma nel principio di conservazione dell'energia, non dovrebbe essere mantenuto in quanto il vecchio principio della conservazione della massa non varrebbe più per la massa inerziale, ma solo per quella gravitazionale.

Ciò è decisamente insoddisfacente. D'altra parte l'odierna teoria della relatività non ci fornisce alcun argomento da cui possiamo concludere che il peso di un corpo dipende dal suo contenuto di energia. Ma ora mostreremo a partire dall'equivalenza dei sistemi K e K' che l'energia ha un contenuto gravitazionale.

Consideriamo due sistemi materiali S_1 e S_2, che siano equipaggiati di strumenti di misura e siano posizionati sull'asse z di K ad una distanza h l'un l'altro, in modo tale che il potenziale gravitazionale in S_2 sia maggiore di quello in S_1 di una quantità pari a $\gamma * h$. Supponiamo inoltre che S_2 abbia spedito verso S_1 una certa quantità di energia E in forma di radiazione. Le energie nei due sistemi siano misurate da un insieme di apparati che sono completamente identici se posizionati nel medesimo luogo lungo l'asse delle z. Nulla può essere asserito sul processo di trasferimento dell'energia, in quanto non sappiamo come il campo gravitazionale influenza la radiazione e tanto meno gli strumenti di misura in S_1 e S_2.

Ma in accordo con il nostro principio di equivalenza fra K e K', possiamo sostituire il sistema K, che è posizionato in un campo gravitazionale omogeneo, da un sistema K' in cui è assente la gravità, che si muove con un'accelerazione uniforme in direzione delle z positive e rispetto a cui i due sistemi S_1 e S_2 sono ancorati.

Valuteremo il processo di trasferimento dell'energia da S_2 a S_1 per mezzo di un sistema non accelerato K_0. Nel momento in cui l'energia di radiazione E_2 viene emessa da S_2 verso S_1, la velocità di K' rispetto a K_0 sia nulla. La radiazione arriva in S_1 dopo un tempo

([1])mostreremo in un articolo di prossima pubblicazione che il campo gravitazionale considerato qui è omogeneo solo in prima approssimazione

h/c (in prima approssimazione). Ma in quel momento la velocità di S_1 rispetto a K_0 sarà $\gamma\frac{h}{c} = v$. Quindi, in accordo con l'ordinaria teoria della relatività, la radiazione che arriva in S_1 non avrà l'energia E_2, ma un'energia maggiore E_1, che è legata ad E_2 – almeno in prima approssimazione – dall'equazione

$$E_1 = E_2\Big(1 + \frac{v}{c}\Big) = E_2\Big(1 + \frac{\gamma h}{c^2}\Big) \tag{2}$$

In accordo con la nostra ipotesi, esattamente la stessa relazione dovrà valere se i medesimi processi si verificano in K, che non è accelerato ma è dotato di un campo gravitazionale. In quel caso potremmo sostituire γh con la differenza di potenziale Φ fra i due sistemi S_2 e S_1. In questo modo otteniamo:

$$E_1 = E_2 + \frac{E_2}{c^2}\Phi \tag{3}$$

Questa equazione esprime il principio dell'energia per il processo in considerazione. L'energia E_1 in arrivo su S_1 è maggiore dell'energia E_2 (misurata dagli stessi apparecchi) che era stata emessa da S_2 di una quantità pari ad una massa $E2/c^2$ in presenza di un campo gravitazionale. Così, poiché il principio dell'energia deve essere mantenuto valido, un'energia potenziale gravitazionale, pari ad una massa (gravitazionale) E/c^2 , deve essere ascritta all'energia E prima della sua emissione in S_2. Dunque la nostra ipotesi di equivalenza fra i sistemi K e K' risolve quella difficoltà che avevamo menzionato all'inizio di questo paragrafo, che l'ordinaria teoria della relatività lascia inspiegata.

Il significato di questo risultato risulta in special modo chiaro se consideriamo il seguente processo ciclico:

1. L'energia E (misurata in S_2) è spedita sotto forma di radiazione da S_2 ad S_1, dove – in accordo con i risultati appena ottenuti – viene assorbita un'energia pari ad $E(1 + \gamma\frac{h}{c^2})$ – misurata in S_1)

2. Un corpo W di massa M è abbassato da S_2 ad S_1, in modo tale che viene liberato un lavoro pari a $M\gamma h$.

3. L'energia E è trasferita al corpo W quando questi si trova in S_1. Questo cambia la massa gravitazionale da M a M'.

4. W è riportato in S_2, con una spesa di lavoro pari a $M'\gamma h$.

5. E è trasferita da W a S_2.

L'unico effetto di questo processo ciclico è che S_1 ha subito un aumento di energia pari a $E(\gamma\frac{h}{c^2})$ e che la quantità di energia

$$M'\gamma h - M\gamma h \tag{4}$$

deve essere trasportata dal sistema sotto forma di lavoro meccanico. In accordo con il principio dell'energia dobbiamo avere

$$E\frac{\gamma h}{c^2} = M'\gamma h - M\gamma h \tag{5}$$

o

$$M' - M = \frac{E}{c^2} \tag{6}$$

L'aumento della massa gravitazionale è così uguale a E/c^2, eguagliando in questo modo l'aumento di massa inerziale ottenuto dalla teoria della relatività.

Questo risultato si ottiene in modo più diretto dall'equivalenza dei sistemi K e K', secondo cui la massa gravitazionale rispetto a K è perfettamente identica alla massa inerziale in riferimento a K'; quindi l'energia deve possedere una massa gravitazionale che sia eguale alla massa inerziale. Se una massa M_0 è appesa ad una bilancia a molla nel sistema K', la bilancia indicherà un peso apparente di $M_0\gamma$ a causa dell'inerzia di M_0. Se una quantità di energia E è trasferita ad M_0, la bilancia indicherà $(M_0 + \frac{E}{c^2})$, in accordo con il principio dell'inerzia dell'energia. In accordo con la nostra ipotesi iniziale esattamente la stessa cosa deve accadere se l'esperimento è ripetuto nel sistema K, cioè in un campo gravitazionale.

Tempo e velocità della luce in un campo gravitazionale.

Se la radiazione emessa in S_2 verso S_1 nel sistema uniformemente accelerato K' ha una frequenza ν_2 rispetto ad un orologio posizionato in S_2, ne consegue che al suo arrivo in S_1 la sua frequenza rispetto ad un identico orologio posizionato in S_1, non sarà più ν_2, ma una frequenza più grande ν_1, che in prima approssimazione è pari a

$$\nu_1 = \nu_2\Big(1 + \frac{\gamma h}{c^2}\Big) \tag{7}$$

Se reintroduciamo infatti il sistema non accelerato K_0, rispetto a cui K' è a riposo nell'istante in cui la radiazione è emessa, ne consegue che la velocità di S_1 rispetto a K_0 è $\gamma(h/c)$ quando la luce arriva in S_1, e da ciò otteniamo immediatamente la relazione precedente se teniamo in conto l'effetto Doppler.

In accordo con la richiesta di equivalenza fra i sistemi K e K', questa equazione è valida pure per il sistema di coordinate K che è a riposo ed è immerso in un campo gravitazionale – a patto comunque che l'emissione della radiazione abbia luogo. Così ne consegue che un raggio di luce emesso ad un certo potenziale gravitazionale in S_2, con una data frequenza ν_2 – misurata da un orologio posizionato in S_2 – avrà una differente frequenza ν_1 al suo arrivo in S_1, se questa frequenza è misurata con un identico orologio in S_1. Sostituiamo il potenziale gravitazionale Φ di S_2 alla quantità γh – considerando S_1 come un punto a potenziale nullo, e assumiamo che la nostra relazione, che è stata ottenuta per il campo gravitazionale omogeneo, sia valida per qualsiasi campo si consideri: otteniamo allora

$$\nu_1 = \nu_2\Big(1 + \frac{\Phi}{c^2}\Big) \tag{8}$$

Questo risultato (valido in prima approssimazione) ci permette, per prima cosa, di considerare la seguente applicazione: sia nu_0 la frequenza di una sorgente di luce elementare misurata da un orologio U posizionato nel medesimo punto. Questa frequenza è dunque indipendente dal luogo in cui la sorgente e l'orologio sono assemblati. Immaginiamo allora di posizionarli sulla superficie del sole (questo è il luogo dove il sistema S_2 è fissato). Una parte della luce emessa dalla sorgente raggiunge la terra (S_1), dove ne misuriamo la frequenza ν con un orologio U del tutto simile a quello indicato in precedenza. Tenendo presente la (8) abbiamo

$$\nu = \nu_0\Big(1 + \frac{\Phi}{c^2}\Big) \tag{9}$$

dove Φ è la differenza di potenziale (negativa) fra la superficie del sole e la terra. Così in base ai nostri ragionamenti, le linee spettrali della luce solare devono essere spostate in qualche modo verso il rosso rispetto alle corrispondenti linee spettrali emesse da sorgenti terrestri, e questo spostamento è pari a

$$\frac{\nu_2 - \nu}{\nu_0} = \frac{-\Phi}{c^2} = 2 \bullet 10^{-6} \tag{10}$$

Se riuscissimo in qualche modo a conoscere esattamente le condizioni in cui sono emesse le linee solari, questo spostamento sarebbe misurabile sperimentalmente. Comunque, poiché fattori addizionali (quali la pressione e la temperatura) influenzano la posizione del centro di densità delle linee spettrali, è difficile stabilire se esista realmente l'influenza del potenziale gravitazionale messa in evidenza ([2]).

A prima vista le equazioni (7) e (8) sembrano asserire qualcosa di assurdo. Se la trasmissione della luce da S_2 a S_1 è continua, come è possibile che il numero di periodi per secondo in arrivo in S1 sia differente da quello emesso in S_2? Ma la risposta è semplice. Non possiamo semplicemente considerare le frequenze ν_1 e ν_2 (numero di periodi per secondo) perché non abbiamo ancora definito il tempo nel sistema di riferimento K. La grandezza ν_2 rappresenta il numero di periodi riferiti all'unità di tempo dell'orologio U di S_2, e ν_1 il numero di periodi in riferimento all'orologio U – identico al precedente – ma posizionato in S_1. Nulla ci permette di assumere che gli orologi U, posizionati in differenti potenziali gravitazionali, debbano battere alla stessa maniera. Al contrario dovremo sicuramente definire il tempo in K in modo tale che il numero di creste e avvallamenti delle onde fra S_2 e S_1 sia indipendente del valore assoluto del tempo, in quanto il processo preso in esame è stazionario per natura. Se non soddisferemmo questa condizione, arriveremmo ad una definizione di tempo le cui applicazioni porterebbero ad un suo utilizzo esplicito nelle legge di natura, fatto questo del tutto innaturale e inutile. Così gli orologi in S_1 e S_2 non forniscono il tempo in modo corretto. Se misuriamo il tempo in S_1 con un orologio U, dovremo misurare il tempo in S_2 con un orologio che corre $1 + \Phi/c^2$ volte più lento di U se confrontato con il precedente nel medesimo luogo. Infatti, se misuriamo con un tale orologio la frequenza della luce nel momento della sua emissione in S_2 avremo

$$\nu_2 \Big(1 + \frac{\Phi}{c^2}\Big) \tag{11}$$

che è, in accordo con la (8), la frequenza ν_1 del medesimo raggio luminoso al suo arrivo in S_1. Da ciò si deduce una conseguenza di fondamentale importanza per questa teoria. Infatti, se la velocità della luce è misurata in luoghi differenti nel sistema accelerato (e privo di campo gravitazionale) K' per mezzo di identici orologi, i valori ottenuti sono i medesimi ovunque. In accordo con la nostra ipotesi, la stessa cosa vale anche per il sistema K. Ma, tenendo presente quello che abbiamo appena descritto, dobbiamo utilizzare orologi di differente costruzione per misurare il tempo in punti a differente potenziale gravitazionale. Per misurare il tempo in un punto il cui potenziale gravitazionale è Φ rispetto all'origine delle coordinate, dobbiamo impiegare un orologio che, una volta spostato nell'origine, corra $(1 + Phi/c^2)$ volte più piano di uno stesso orologio con cui si misura il tempo nell'origine. Se c_0 rappresenta la velocità della luce nell'origine delle coordinate, ne consegue che la velocità della luce c in un punto a potenziale gravitazionale Phi sarà dato dalla relazione

$$c = c_0 \Big(1 + \frac{\Phi}{c^2}\Big) \tag{12}$$

([2])6: L.F.Jewell (Journ. De phys. 6 [1897]:84) e in special modo Ch. Fabry e H. Boisson (Compt. Rend. 148 [1909]: 688-690) ottennero un tale spostamento verso il rosso ma essi lo attribuirono ad un effetto dovuto alla pressione dello strato assorbente

Il principio della costanza della velocità della luce non vale in questa teoria nella stessa maniera in cui è valida nella ordinaria teoria della relatività.

4. Incurvamento dei raggi luminosi in un campo gravitazionale..

Dagli assunti appena dimostrati, che la velocità della luce in un campo gravitazionale è funzione del luogo, si può facilmente dedurre, per mezzo del principio di Huygens, che i raggi luminosi in un campo gravitazionale sono deflessi. Sia ϵ il piano di fase di un'onda piana ad un istante t, e P_1 e P_2 due punti del piano posizionati ad una distanza unitaria. Siano P_1 e P_2 sul piano del foglio, che è scelto in modo tale che la derivata di Φ, e quindi anche di c, si annulli lungo la normale al piano. Otteniamo il corrispondente piano di fase costante – o, piuttosto, la sua intersezione con il piano del foglio – ad un istante $t + dt$ disegnando cerchi di raggio $c_1 dt$ e $c_2 dt$ attorno ai punti P_1 e P_2 e tracciando la tangente a queste circonferenze, dove c_1 e c_2 rappresentano la velocità della luce in P_1 e P_2 rispettivamente. L'angolo di deflessione del raggio luminoso lungo il tratto cdt è dunque

$$\frac{(c_1 - c_2)dt}{1} = -\frac{\partial c}{\partial n'}dt \tag{13}$$

se consideriamo l'angolo di deflessione come positivo quando i raggi luminosi si incurvano nella direzione delle n' crescenti.

Così, l'angolo di deflessione di un raggio luminoso per un tratto unitario sarà

$$-\frac{1}{c}\frac{\partial c}{\partial n'} \tag{14}$$

o in accordo con la (12)

$$-\frac{1}{c^2}\frac{\partial \Phi}{\partial n'} \tag{15}$$

Infine otteniamo per una deflessione α che un raggio luminoso subisce nella direzione n' lungo un tratto arbitrario (s) l'espressione

$$\alpha = -\frac{1}{c^2}\int \frac{\partial \Phi}{\partial n'} ds \tag{16}$$

Dovremmo ottenere il medesimo risultato considerando direttamente la propagazione della luce in un sistema K' uniformemente accelerato e trasferendo il risultato al sistema K, e da qui al caso di un arbitrario campo gravitazionale.

In accordo con l'equazione (16), un raggio luminoso in moto dietro ad un corpo celeste subisce una deflessione nella direzione del potenziale gravitazionale decrescente, e così , scegliendo come direzione quella di avvicinamento al corpo celeste, la deflessione ha una grandezza

$$\alpha = \frac{1}{c^2}\int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\theta=+\frac{\pi}{2}} \frac{kM}{r^2}\cos\theta \bullet ds = 2\frac{kM}{c^2\Delta} \tag{17}$$

dove k denota la costante gravitazionale, M la massa del corpo celeste, Δ la distanza del raggio luminoso dal centro del corpo celeste. Dunque, un raggio di luce proveniente da dietro il sole subirebbe una deflessione pari a $410^6 = 0,83$ secondi d'arco. Questo rappresenta l'aumento della distanza angolare della stella dal centro del sole dovuto alla deflessione dei raggi luminosi. Poiché la posizione delle stelle fisse nei pressi del sole divengono osservabili durante un'eclissi solare, è possibile confrontare questa conseguenza della teoria con l'esperienza. Nel caso del pianeta Giove, la deflessione osservata dovrebbe essere 1/100 di quella qui calcolata. Sarebbe opportuno che gli astronomi sviluppassero le osservazioni qui introdotte, anche se potrebbe sembrare che esse non siano del tutto fondate o addirittura avventurose. Perché a parte la teoria che si utilizza, dobbiamo chiederci se l'influenza di un campo gravitazionale sulla propagazione della luce è direttamente osservabile con gli strumenti attualmente disponibili.

Praga, Giugno 1911. (Ricevuto il 21 Giugno 1911)