

Le riflessioni di Einstein sulla teoria di Nordström (1913-14).

Enrico Gasco

Dip. Software Zirak s.r.l.

Introduzione.

L'analisi storica della nascita di una teoria scientifica mostra come essa sia il risultato della competizione fra modelli alternativi e che la scelta ed il supporto di un modello – sebbene in ultima analisi determinata dall'adeguatezza empirica – sovente è compiuta in base a “gusti” e convinzioni del singolo scienziato che poco hanno a che fare con la rigida razionalità della Scienza.

Un esempio evidente è dato dal sorgere ed affermarsi della Teoria della Relatività Generale che risulta il modello vincente fra i numerosi che tentarono di incorporare il fenomeno gravitazionale a partire dalla Relatività Ristretta del 1905.

Fra i modelli in competizione intorno al 1912 ricordiamo la Teoria proposta da Abraham, quella sviluppata da Mie, il modello supportato da Nordström ed infine il contributo decisivo di Einstein. Quest'ultimo fu sempre molto attento alle proposte degli altri scienziati e spesso si scontrò duramente con essi proponendo argomentazioni decisive a sostegno della propria tesi. Ricordiamo fra i numerosi esempi il dibattito fra Einstein e Abraham sulla prima formulazione della Relatività Generale¹, oppure le valutazioni sulla teoria di Mie che egli propose durante la conferenza di Vienna² del 1913, od infine le ripetute osservazioni, sia pubbliche sia private, che Einstein rivolse alla Teoria di Nordström.³ Le argomentazioni furono nel loro complesso efficaci e l'unica teoria che riuscì a superare l'attenta analisi einsteniana, ma non la prova dell'esperienza, fu proprio quest'ultima. Intorno al 1913/14 la comunità scientifica disponeva dunque di due Teorie perfettamente consistenti che trattavano il problema della gravitazione sulla base di un modello relativistico. Limitando la nostra analisi al solo Einstein, possiamo ricondurre la scelta einsteniana a discapito della teoria di Nordström ad un tema tipico (un'euristica positiva) della sua attività scientifica: il principio - desunto da Mach - che inerzia e gravità abbiano in ultima analisi la medesima natura.⁴

Trascurando la trattazione dettagliata ed esaustiva della scelta einsteniana ci limitiamo nel seguito ad indicare alcune motivazioni che guidarono lo scienziato tedesco nel rifiuto di una teoria gravitazionale Lorentz-Covariante.

Un modello adeguato per rendere conto di queste motivazioni è la nota proposta di Holton⁵ di prendere in esame i Themata a fondamento dell'attività scientifica di un ricercatore. Una via differente ci porta ad affrontare queste tematiche con la teoria dei modelli mentali - sviluppati da Johnson-Laird - oppure, in alcuni casi particolari, direttamente con gli script di Minsky (vedi ad esempio il contributo di Renn⁶). Il nostro

¹ Cattani, Carlo; De Maria Michelangelo, *Max Abraham and the Reception of Relativity in Italy: His 1912 and 1914 Controversies with Einstein*, in Howard, Don; Stachel, John (eds). *Einstein Studies Vol 1 :Einstein and the History of General Relativity*:

² Einstein, Albert (1913). “Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems”, *Physikalische Zeitschrift*, 1913, 14: 1249-1262.

³ Norton, John D. (2005), *Einstein, Nordström and the early demise of scalar, Lorentz covariant theories of gravitation*, in: Renn, Jürgen (ed) (2005). *The Genesis of General Relativity Vol. 3: Theories of Gravitation in the Twilight of Classical Physics. Part I* (Amsterdam: Kluwer Academic Publishers, 2005)

⁴ Cfr. su questo punto l'articolo di Norton cit. in 3

⁵ Holton, Gerard (1988), *Thematic origins of Scientific Thought: Kepler to Einstein* (Cambridge: Harvard University Press, 1988)

⁶ Renn, Jürgen (2004), *Before the Riemann Tensor. The emergence of Einstein's double strategy*, in Kox, A.J.; Eisenstaedt, J. (eds). *Einstein Studies Vol 11: The Universe of General Relativity*.

obiettivo si allontana da queste proposte e si riduce a trattare le problematiche messe in evidenza con le moderne tecniche argomentative dell'Intelligenza Artificiale.⁷

In questa breve comunicazione cercheremo dunque di formalizzare le argomentazioni scientifiche in modo tale che possano essere affrontate da un punto di vista informatico, applicheremo in seguito il modello sviluppato ad una "riflessione" decisiva che Einstein compie intorno al 1907 e mostreremo infine la debolezza di una possibile teoria gravitazionale Lorentz-Covariante.

La Formalizzazione dell'Argomentazione Scientifica.

La modellizzazione delle scelte compiute da uno scienziato è un compito alquanto complesso; per costruire un modello estremamente semplice abbiamo ipotizzato che l'attività di un ricercatore consista in ultima analisi nella proposta di *argomentazioni* (nel caso di Einstein potrebbe essere un semplice esperimento mentale) volte a risolvere problematiche presenti nel dibattito scientifico. Tali argomentazioni possono essere scomposte in una parte razionale – cioè in una serie di proposizioni o concetti fra di loro interconnessi – ed in una parte che rappresenta le motivazioni o *themata* a cui lo scienziato soggiace.

In questo modo una argomentazione Σ (o Framework concettuale) è formalizzata nel modo seguente:

$$\Sigma = (\{a_i\}, \{v_i\}, a_0)$$

Dove a_0 rappresenta la tesi che si vuole sostenere o negare; $\{a_i\}$ costituisce l'insieme degli enunciati o concetti che formano l'argomentazione e che sono fra di loro interconnessi; $\{v_i\}$ infine rappresenta l'insieme di valori (motivazioni) che sono alla base dell'argomentazione e che non sono riconducibili ad una scelta ragionata.

Prima di proseguire è necessario specificare alcune altre proprietà.

L'insieme degli enunciati $\{a_i\}$ è dotato di un operatore di relazione (non necessariamente logica) che consente di collegare fra loro uno o più enunciati. In questo modo diremo che un enunciato a_i implica – o è in relazione con – un enunciato a_j e indicheremo questo rapporto con:

$$a_i \rightarrow a_j$$

quando due concetti sono fra di loro interconnessi. L'implicazione – se non è logica come nella maggiore parte dei casi – deve essere documentata con una argomentazione sostenuta dallo storico.

Inoltre all'interno dell'insieme $\{a_i\}$ è ammessa l'unione e la disgiunzione che indicheremo con l'operatore **And** e **Or** rispettivamente.

A differenza degli $\{a_i\}$, l'insieme dei valori $\{v_i\}$ ammette un'unica gerarchia, nel senso che per ogni indice i vale la relazione

$$v_i > v_{i-1}$$

Essa indica che il valore v_i è più importante del valore v_{i-1} . Questa relazione risulta fondamentale al fine di giustificare la scelta di uno scienziato; egli infatti ammetterà un concetto piuttosto che un altro in base alla motivazione v_i con valore massimo.⁸

⁷ Dung, M.P. (1995), "On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games", *Artificial Intelligence*, 1995,77: 321-357. ed inoltre Bench Capon, T.J.M. (2003), "Persuasion in Practical Argument Using Value based Argumentation Framework", *Journal of Logic and Computation*, 2003, 13: 429-448.

⁸ Questa proprietà è essenziale per trattare da un punto di vista informatico un'argomentazione, ma non è utilizzata nell'esempio conclusivo che proponiamo

Diamo ora alcune utili definizioni e proprietà:

Definizione 1: Un'argomentazione Σ risulta essere *contraddittoria* se è possibile costruire un percorso ragionato fra i vari enunciati $\{a_i\}$ in modo tale da negare uno degli elementi di $\{a_i\}$.

Definizione 2: Un'Argomentazione Σ sostiene la tesi a_0 se è possibile costruire un percorso concettuale fra gli elementi $\{a_i\}$ in modo da ottenere a_0 .

Definizione 3: Un'argomentazione Σ è attaccata da un'argomentazione Σ_1 se la tesi di Σ rappresenta la negazione della tesi di Σ_1 (o viceversa).

Proprietà 1: Un'argomentazione Σ *contraddittoria* costituisce un'argomentazione che nega la tesi a_0 .

Un esempio: le Riflessioni di Einstein sulla possibilità di una Teoria Gravitazionale Lorentz-Covariante.

In quest'ultimo paragrafo applicheremo il semplice formalismo introdotto poco sopra per descrivere un ragionamento Einsteiniano del 1907 che mostra come la costruzione di una teoria gravitazionale Lorentz-Covariante che soddisfi il Principio di Equivalenza – tentativo che compirà qualche anno dopo il Fisico Finlandese Nordström⁹ – sia un obiettivo irrealizzabile.

A tale fine dovremo compiere un breve excursus storico delle problematiche presenti nel dibattito scientifico intorno ai primi anni del 900.

A partire dal 1905 il tema principale della ricerca fisica è la modifica della Teoria Newtoniana sulla gravitazione al fine di includerla nella appena nata Relatività Ristretta. I primi tentativi compiuti da Poincaré e Minkowsky rappresentano una generalizzazione relativistica della forza gravitazionale interagente fra due punti. Entrambe le teorie non sono sostenibili in quanto si basano sul concetto di “azione a distanza” che è un concetto oramai superato (infatti dopo l'accettazione del postulato della velocità limite della luce anche la gravità deve propagarsi con velocità finita).

Ammessa dunque l'erroneità del concetto di “azione a distanza” nasce il problema di come sia possibile costruire una Teoria di campo Gravitazionale che sia Lorentz – Covariante: al riguardo la comunità scientifica propone nell'arco di pochi anni una serie di modelli – indicati brevemente nell'introduzione – a favore o contro questa tesi.

Einstein si occupa della gravitazione a partire dal 1907 quando J. Stark gli commissiona un articolo¹⁰ di rassegna sulla Teoria della Relatività Ristretta sviluppata nel 1905. Lo scienziato tedesco è conscio dei limiti del concetto di “azione a distanza” e si ripropone di costruire una *Teoria di campo*, sulla falsa riga del modello Elettromagnetico che rappresentava ad inizio secolo la teoria meglio confermata sperimentalmente.

Iniziamo dunque a costruire il Framework concettuale dell'argomentazione Einsteniana indicando in primo luogo la tesi:

a_0 = E' possibile costruire una Teoria gravitazionale Lorentz – Covariante.

ed inoltre il primo concetto:

a_1 = Una Teoria Gravitazionale deve essere una Teoria di campo.

Ammesso inoltre che la Teoria sia Lorentz-Covariante è necessario che la velocità della luce mantenga un valore costante come nel caso della Relatività Ristretta; il che porta all'enunciato:

⁹ Cfr. articolo di Norton cit. in 3

¹⁰ Einstein, Albert (1907). “Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen”, *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, 1907, 4: 411-469

a_2 = La velocità della luce è un valore invariante per trasformazioni di Lorentz

Le pagine più significative dell'articolo del 1907 sono indirizzate all'introduzione del Principio di Equivalenza. Esso si basa sulla comune esperienza che tutti i corpi, indipendentemente dalla loro composizione interna, cadono in un campo gravitazionale con la medesima accelerazione.

In base alla ricostruzione fatta dallo stesso Einstein¹¹ e riproposta in maggiore dettaglio da Norton questa esperienza può essere descritta come:

a_3 = L'accelerazione verticale di un sistema meccanico in un campo gravitazionale non dipende dalla sua velocità orizzontale o dalla sua Energia Cinetica interna.

A partire dall'enunciato a_3 si giunge all'accettazione di un principio del tutto generale che eguaglia la massa inerziale con quella gravitazionale.¹² Sarà dunque valido il seguente concetto:

a_4 = Vale l'uguaglianza fra massa inerziale e massa gravitazionale.

E' da notare che Einstein deduce questo Principio non solo dall'esperienza di caduta dei gravi, come è stato evidenziato in precedenza, ma anche da una convinzione profonda – un Thema – che nasce dall'attenta analisi dell'opera machiana e che rappresentò un'euristica positiva per la sua attività di ricerca: la convinzione che in ultima analisi inerzia e gravità abbiano la medesima natura.¹³

A fondamento dell'enunciato a_3 dobbiamo dunque introdurre il thema:

v_1 = Inerzia e Gravità devono avere la medesima natura

Notiamo inoltre che il concetto a_4 nasce dall'interazione fra l'esperienza a_3 ed il Thema v_1 : relazione che può essere schematizzata dal seguente enunciato

a_5 : a_3 And $v_1 \rightarrow a_4$

Cerchiamo ora di costruire l'argomentazione Einsteniana nella sua completezza, seguendo le indicazioni forniteci da Norton.

Affinchè una Teoria di campo Gravitazionale sia Lorentz-covariante è necessario partire dall'equazione Classica di Poisson per poi estenderla in modo che sia covariante per trasformazioni di Lorentz.

Questo ci porta all'identificazione di un nuovo enunciato nel ragionamento einsteiniano che indichiamo come:

a_6 = L'equazione di campo gravitazionale è la classica equazione di Poisson modificata in modo tale che sia Lorentz-Covariante.

Per non appesantire l'articolo ci limitiamo ad osservare che Einstein sostituisce l'operatore Laplaciano (Δ) non covariante con l'operatore D'alambertiano ($\square$), che conserva la forma per trasformazioni di Lorentz¹⁴.

E' importante anche notare come l'enunciato a_6 "dipende" dall'assunzione a_1 , infatti non è possibile indicare a_6 se prima non si accetta a_1 e vale dunque l'enunciato:

a_7 : $a_1 \rightarrow a_6$

Per costruire una Teoria completa è necessario specificare non solo l'equazione di campo, ma anche l'equazione che deve soddisfare un punto materiale libero di muoversi in esso. Come nel caso di a_6 Einstein propone una generalizzazione Lorentz-Covariante

¹¹ Cfr articolo di Norton cit. in 3

¹² Non daremo qui una dimostrazione di questa deduzione ma si osservi in Einstein, Albert (1911), "Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes", *Annalen der Physik*, 1911, 35: 898-908

¹³ Per un maggiore dettaglio cfr. ad esempio in Gasco, Enrico (2005), "Il Principio di Mach: le prime considerazioni di Einstein (1907-12)", *Quaderni di Storia della Fisica*, 2005, 1: 75-92

¹⁴ Rimandiamo per un maggiore dettaglio all'articolo di Norton cit. in 3

dell'abituale equazione del moto di una particella massiva libera di muoversi in un campo gravitazionale.

Vale dunque l'enunciato:

a_8 = L'equazione del moto di una particella massiva è un'estensione Lorentz-Covariante dell'equazione Classica.

Veniamo ora ad analizzare le conseguenze degli enunciati fin qui considerati.

In base alla a_2 ed alla a_8 , in uno spazio tempo Minkowskiano la quadrivelocità di un punto materiale risulta ortogonale alla sua quadriaccelerazione¹⁵; questa proprietà ci costringe ad assumere – per non cadere in un'assunzione banale – che la massa a riposo della particella sia funzione del potenziale:

a_9 = La massa a riposo dipende dal Potenziale Gravitazionale

e vale la relazione:

$a_{10} : a_2 \text{ And } a_8 \rightarrow a_9$

La conclusione a_9 è in contrasto con una delle assunzioni fondamentali del ragionamento einsteniano, in quanto nega l'uguaglianza fra massa inerziale e gravitazionale; vale dunque la relazione:

$a_{11} : a_9 \rightarrow \text{Not } a_4$

La a_{11} rende l'argomentazione Σ contraddittoria ma potrebbe essere sostituita da uno sviluppo ulteriore della teoria come ci dimostra il lavoro compiuto da Nordström.

Vi è infatti un ragionamento più efficace e semplice che induce Einstein a negare la tesi a_0 . Egli considera l'enunciato a_3 come un'esperienza obiettiva ed osserva che a partire dall'equazione di campo a_6 , da quella del moto a_8 ed infine dall'ipotesi di costanza della velocità della luce a_2 , l'accelerazione verticale di una particella massiva in un campo gravitazionale dipende dalla sua velocità orizzontale; deduzione in contraddizione con la a_3 . Vale dunque la relazione:

$a_{12} : a_6 \text{ And } a_8 \text{ And } a_2 \rightarrow \text{Not } a_3$

In conclusione la a_{12} implica una contraddizione interna a Σ e questo porta a negare la tesi a_0 .

Riassumiamo ora l'argomentazione di Einstein:

$\{a_i\} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}\}$

$\{v_i\} = \{v_1\}$

Ed infine le relazioni che inducono a rifiutare a_0 .

$a_5 : a_3 \text{ And } v_1 \rightarrow a_4$

$a_7 : a_1 \rightarrow a_6$

$a_{10} : a_2 \text{ And } a_8 \rightarrow a_9$

$a_{11} : a_9 \rightarrow \text{Not } a_4$

$a_{12} : a_6 \text{ And } a_8 \text{ And } a_2 \rightarrow \text{Not } a_3$

$a_{13} : \text{Not } a_3 \rightarrow \text{Not } a_0$

Conclusione.

In questa breve comunicazione abbiamo utilizzato le moderne tecniche argomentative dell'Intelligenza Artificiale per costruire un semplice modello dell'argomentazione scientifica che è stato in seguito applicato ad una riflessione fondamentale compiuta da Einstein intorno al 1907. Tale argomentazione ha messo in evidenza l'impossibilità di una teoria gravitazionale Lorentz-Covariante che soddisfi il Principio di Equivalenza.

¹⁵ vedi Norton per un maggiore dettaglio (cit. in 3)