

Il concetto di relatività in Mach

Enrico Gasco*

Abstract

Nel presente articolo analizzeremo il concetto di relatività nell'opera machiana utilizzando i dynamic frames messi a disposizione dalla Scienza Cognitiva ed utilizzati oramai con successo in Filosofia della Scienza. Metteremo in risalto come il concetto di relativo si possa distinguere in tre tipologie e affronteremo con questi nuovi strumenti l'interpretazione machiana dell'esperimento del secchio di Newton.

1 Introduzione

Il concetto di relatività è stato ampiamente studiato nella storia delle idee e soprattutto in riferimento allo studio del moto. A seguito della rivoluzione scientifica operata nel 600/700 si è andata formando una visione complessiva del mondo basata sulla meccanica newtoniana; in essa il concetto di relativo era legato solo ai concetti di posizione e velocità, mentre quelli di accelerazione e forza (ad esclusione delle forze inerziali) aveva un che di assoluto come le argomentazioni dello scienziato inglese ci facevano pensare. Già al nascere della meccanica newtoniana ci furono i sostenitori di una visione più relazionale del movimento quali ad esempio Berkely[18] con le sue osservazioni sul moto¹, la critica filosofica di Leibniz[25]² ed alcune critiche presenti nell'importante lavoro sulla Meccanica Celeste di Lagrange[22, 21]³ che facevano supporre un ripensamento dell'impostazione generale della meccanica su altre basi. Questo passaggio storico si ebbe nella seconda metà dell'800 quando la fisica iniziò a svincolarsi dalla visione meccanicistica del mondo, affrontando con nuovi mezzi fenomeni fino ad allora sconosciuti (quali quelli elettromagnetici e del calore). La meccanica newtoniana fu analizzata e criticata - come è noto - dal filosofo e scienziato austriaco E.Mach che mise parte delle fondamenta concettuali della rivoluzione relativistica di inizio 900.

*Zirak Software Dept.: enrico.gasco@zirak.it

¹In particolare si osservi il saggio *De Motu* in cui si propone una critica ai concetti di spazio e tempo assoluti alla base della meccanica newtoniana.

²Si consideri in special modo la concezione spaziale di Leibniz, in cui solo le distanze relative fra gli oggetti hanno una valenza ontologica.

³Nel 1772 Lagrange aveva determinato le equazioni che governano il moto di tre corpi celesti in interazione reciproca, dimostrando che esse dipendono non solo dalle distanze reciproche e dalle derivate prime e seconde rispetto al tempo, come ci si aspetta dalla Fisica newtoniana, ma anche dalla derivata terza.

L'influenza di Mach sui giovani scienziati di fine 800 è un argomento analizzato in dettaglio negli ultimi 50/60 anni, quindi si trova un'ampia letteratura al riguardo[3, 34, 20] ed in parte anche noi l'abbiamo affrontato qualche anno fa in un precedente articolo[16]. Maggiore attenzione si è posta sull'influenza che il pensiero di Mach ha avuto su Einstein nella formulazione della relatività speciale e generale, ed in special modo su quello che viene normalmente chiamato Principio di Mach[17, 33, 34]. In un articolo del 1912 [11], in cui affronta l'influenza di un guscio sferico di materia su un corpo massivo al suo interno e nell'ambito di una teoria statica della gravitazione, Einstein formula il suddetto principio - anche se il nome effettivo verrà riconosciuto solo nel 1918 [12]- affermando che l'intera inerzia di un corpo è in qualche modo determinata dalla presenza delle altre masse dell'universo e cita Mach come sua fonte di ispirazione. Il fatto che Mach abbia effettivamente formulato tale principio anche in una forma euristica è un problema che è stato affrontato numerose volte dagli storici della scienza ⁴; tutti quanti arrivando alla conclusione che tale affermazione non è mai presente negli scritti machiani anche se numerosi passi delle sue opere sembrano indurre a pensare in questo modo.

Va da se ricordare a tale proposito uno dei passi più controversi della “*Mechanica nel suo sviluppo storico critico*” [27] che coinvolge il famoso esperimento del secchio di Newton:

“Newton’s experiment with the rotating vessel of water simply inform us, that the relative rotation of water with respect to the sides of the vessel produce no noticeable centrifugal force, but that such forces are produced by its relative rotation with respect to the mass of the earth and other celestial bodies” (1)

dove si può osservare facilmente come le forze centrifughe presenti all'interno del secchio sono 'prodotte' dalla rotazione dell'acqua rispetto alle altre masse dell'universo, quasi che fossero queste ultime a determinarle. A partire da passi di questo tipo si ebbe un fiorire di ricerche sia teoriche che sperimentali [15, 14, 13, 19] che avevano come punto di partenza le profonde analisi del filosofo austriaco.

La soluzione del problema generalmente viene raggiunta analizzando i passi incriminati alla luce della filosofia machiana: quest'ultima infatti è basata sul concetto di relazione fra gli elementi dell'universo e quando Mach affronta un problema fisico ha sempre come obiettivo la descrizione del fenomeno mettendo in risalto i vari elementi che lo costituiscono e le relazioni che intercorrono fra di essi. Per Mach lo scienziato deve costruire un modello di ciò che sta affrontando, mettendo in risalto alcuni aspetti e lasciando sullo sfondo molti altri [31].

Per rappresentare in modo efficace il concetto di relatività proposto da Mach e per chiarire ulteriormente il quadro storico che abbiamo brevemente introdotto utilizzeremo nel seguito i “*Dynamic Frames*” messi a disposizione dalla Scienza Cognitiva. Essi rappresentano un valido strumento per descrivere e formalizzare

⁴vedi documentazione precedente

cosa sia un concetto e ne utilizzeremo la loro ricchezza per descrivere una struttura cognitiva (come può essere una conoscenza acquisita), tralasciando il loro utilizzo nel comprendere i processi cognitivi dell'essere umano - e dello scienziato in particolare - che è alla base del loro successo in Filosofia della Scienza [32].

2 I Dynamic Frames

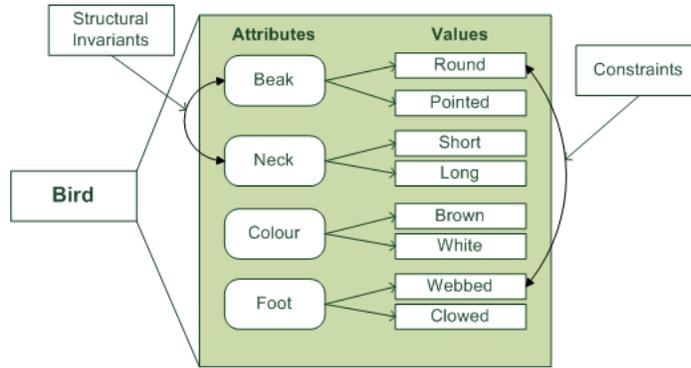
La definizione classica di cosa sia un concetto affonda le sue radici nella logica aristotelica e può essere riassunta in tre semplici assunzioni: (1) La rappresentazione di un concetto è una descrizione sommaria di una intera classe di istanze che ricadono sotto di esso; (2) Le caratteristiche che rappresentano un concetto sono condizioni necessarie e sufficienti per la sua definizione; (3) Le caratteristiche sono inglobate le une nelle altre così ad esempio se un concetto C è un sottoinsieme di un concetto Y, tutte le caratteristiche di Y sono incluse in C [39, 24]. Tale definizione concepisce i concetti come 'features list' ed un classico esempio è la definizione di uomo come [bipede, razionale, animale]. Si vede facilmente che tale definizione entra in crisi con un semplice controesempio: se si considera un atleta paraolimpico esso non appartiene alla definizione appena fornita di uomo, ma il senso comune ci porta a contraddire tale conclusione. Per fare un ulteriore esempio se si considera il concetto di quadrato come l'insieme [4 lati uguali, 4 angoli interni di 90°], essa non è più valida se consideriamo una superficie curva; in questo caso infatti gli angoli interni possono essere diversi da 90°.

La teoria classica sui concetti fu messa in discussione da Wittgenstein nelle *Philosophical Investigation* [38], dove il filosofo austriaco fece notare come un concetto non può essere definito tramite un insieme di condizioni necessarie e sufficienti in quanto nella *pratica* anche i concetti più comuni, come quello di gioco, non possiedono proprietà comuni univoche. Piuttosto tramite l'idea di '*Family Resemblance*' gli oggetti che ricadono sotto il medesimo concetto condividono proprietà che in parte si sovrappongono ma che non hanno nulla di totalmente in comune e che sono definite inoltre dalla pratica linguistica. L'idea di Family Resemblance fu studiata in ambito filosofico a partire dagli anni '60, ma solo l'opera di Kuhn [23] giovò pienamente della sua efficacia. Nell'ambito invece della Psicologia Cognitiva il concetto proposto da Wittgenstein ebbe un notevole successo grazie ai lavori di E.Rosch degli anni '70, dove si scoprì che i concetti umani avevano una struttura graduata ('*graded structure*') [35, 36]. A seguito di numerosi esperimenti - in special modo sugli oggetti naturali - si riuscì infatti a determinare che gli esseri umani determinano a che livello una istanza di un concetto è un buono o cattivo esempio del concetto stesso. Per fare anche in questo caso un semplice esempio il concetto di uccello è rappresentato in modo migliore da un pettirosso piuttosto che da un pinguino - anche se quest'ultimo ricade nella medesima categoria.

Gli studi di Rosch portarono alla nascita di numerosi strumenti al fine di

rappresentare i concetti; fra questi noi utilizzeremo i 'Dynamic Frames'⁵ ma che furono introdotti ed approfonditi da Barsalou. Intorno agli anni '70 la nozione di Frames fu utilizzata da numerosi scienziati in Intelligenza Artificiale al fine di simulare il comportamento umano nelle attività quotidiane ed intorno agli anni '80 lo strumento fu approfondito e modificato da Barsalou nei suoi studi sulla categorizzazione, sui ricordi autobiografici ed infine sull'effetto del contesto nella rappresentazione dei concetti⁶. Dall'opera di Barsalou deriva anche la modifica del nome da Frames a *Dynamic Frames*.

Un Dynamic Frame è un diagramma (e la feature list di inizio paragrafo ne è un semplice esempio) in cui sono presenti una serie di attributi che appartengono al concetto in esame ed ogni possibile valore da essi posseduto. Per fare il classico esempio indicato nel classico lavoro di Andersen, Barker e Chen [1] se si considera il concetto di uccello, abbiamo che esso è costituito da una serie di attributi indicati nella figura seguente.



dove gli attributi sono sulla colonna di sinistra ed i valori su quella di destra. Il diagramma è una rappresentazione parziale del concetto, in quanto ci saranno numerosi attributi che non sono stati indicati: in sostanza non esiste una rappresentazione completa ed esaustiva degli attributi di un concetto, ma è certo che quelli indicati nella figura sono sufficienti a determinare una categoria. Un aspetto fondamentale da prendere in considerazione è che i valori hanno un livello di attivazione a seconda dell'esempio che si considera: così se analizziamo un passero come rappresentante del concetto di bird esso avrà il becco appuntito (Beak = POINTED), il collo piccolo (Neack = SHORT), il colore marrone (Colour = BROWN) e le zampe Clowed (Foot = CLOWED) ed il tutto può essere riassunto nella lista seguente:

Passero = [beak-pointed, neck-short, colour-brown, foot-clowed]

Vi sono anche altre relazioni che intercorrono fra i nodi che compongono un concetto: ad esempio ci sono connessioni fra gli attributi, che prendono

⁵I Frames furono introdotti per la prima volta negli studi sulla memoria dello psicologo britannico F. Bartlett [10]

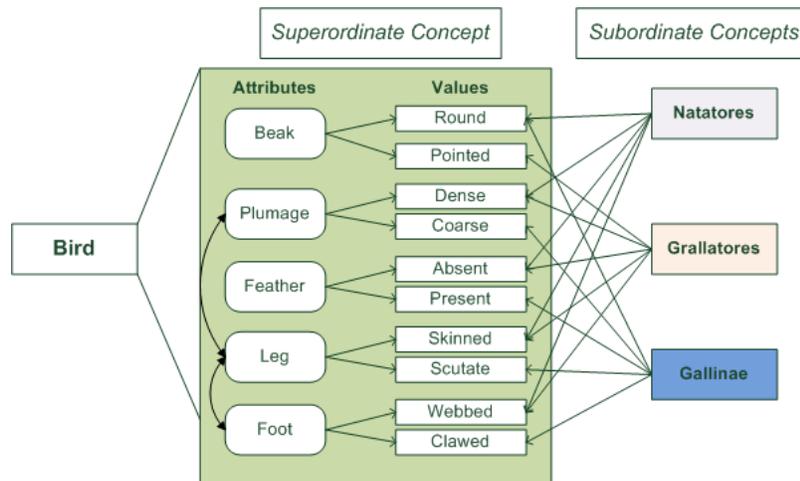
⁶Per gli studi sulla categorizzazione si veda [4, 7], per i ricordi autobiografici si consideri [6] ed infine per la rappresentazione dei concetti si prenda in esame [5]

il nome di '*structural invariants*'. Nel nostro caso ogni cosa che possiede un becco ha anche un collo, ma non è detto che chi ha i piedi possenga anche un becco. Queste relazioni strutturali - che nel nostro esempio sono imposte dalla natura - sono indicate nel frame attraverso curve che collegano gli attributi. Altrettanto interessanti sono i vincoli - '*constraints*' - che intercorrono fra i valori. Così ad esempio negli uccelli acquatici che posseggono zampe palmate (foot = WEBBED) si ha sempre che il becco è arrotondato (beak = ROUND): anche questi vincoli sono rappresentati nella figura con linee curve che collegano i valori coinvolti.

Un aspetto interessante da considerare è che i frame sono ricorsivi, nel senso che ogni nodo può essere un concetto che viene a sua volta rappresentato da un Frame. In ogni caso la natura ricorsiva dei frames non porta ad un livello base rispetto a cui non si possa ulteriormente 'scendere'⁷. Si consideri infine che non esiste un unico frame relativo ad un determinato concetto, ma ce ne possono essere differenti ugualmente sostenibili: la bontà di un frame si valuta - in ultima analisi - in base alla sua adeguatezza empirica.

E' interessante osservare che un qualunque frame può essere rappresentato attraverso uno spazio multidimensionale; infatti è sufficiente che ogni attributo con i relativi valori che può assumere sia rappresentato da una dimensione spaziale. Così ad esempio il concetto di [BIRD] è rappresentato da uno spazio 4-dimensionale in cui ogni dimensione - una per ogni attributo - assume valori binari⁸. Il vantaggio di osservare un frame sotto l'aspetto di uno spazio multidimensionale ci può portare subito ad introdurre una metrica per individuare le affinità fra i vari concetti.

Così ad esempio se consideriamo la tassonomia proposta da Sundevall per la classificazione degli uccelli [1] si avrà il seguente dynamic frame:



⁷Non vi è in sostanza una visione atomistica

⁸Il fatto che gli attributi assumano solo valori binari e di conseguenza la relativa dimensione abbia solo due valori possibili, non deve preoccupare in quanto è legata all'esempio considerato.

Le stesse informazioni possono essere raggruppate nelle liste seguenti:

Natatores = [beak-round, plumage-dense, feather-absent, leg-skinned, foot-webbed]

Grallatores = [beak-pointed, plumage-dense, feather-absent, leg-skinned, foot-webbed]

Gallinae = [beak-pointed, plumage-coarse, feather-present, leg-scutate, foot-clawed]⁹

Sia con il dynamic frame che con le liste è facile osservare come i subconcetti Natatores e Grallatores sono identici a meno del valore assunto dall'attributo [beak], mentre invece il subconcetto Gallinae è quello più differente (*distante*) dagli altri subconcetti. La similarità fra i concetti non è subito evidente se si considera il Frame, ma risulta facilmente interpretabile se trasferiamo le proprietà dei frame in uno spazio multidimensionale.

Così ad esempio se imponiamo che ogni attributo possa assumere i valori $\{1, -1\}$ in corrispondenza dei possibili valori assunti, avremo che i tre subconcetti sono rappresentati dai seguenti vettori:

$$\text{Natatores} \Rightarrow \overrightarrow{\text{Nat}} = (1, 1, 1, 1, 1)$$

$$\text{Grallatores} \Rightarrow \overrightarrow{\text{Gral}} = (-1, 1, 1, 1, 1)$$

$$\text{Gallinae} \Rightarrow \overrightarrow{\text{Gall}} = (-1, -1, -1, -1, -1)$$

e se si considera una metrica euclidea, avremo che la distanza (*similarità*) fra i tre concetti è la seguente:

$$d(\overrightarrow{\text{Nat}}, \overrightarrow{\text{Gral}}) = 2.0$$

$$d(\overrightarrow{\text{Nat}}, \overrightarrow{\text{Gall}}) = 4.47$$

$$d(\overrightarrow{\text{Gral}}, \overrightarrow{\text{Gall}}) = 4.0$$

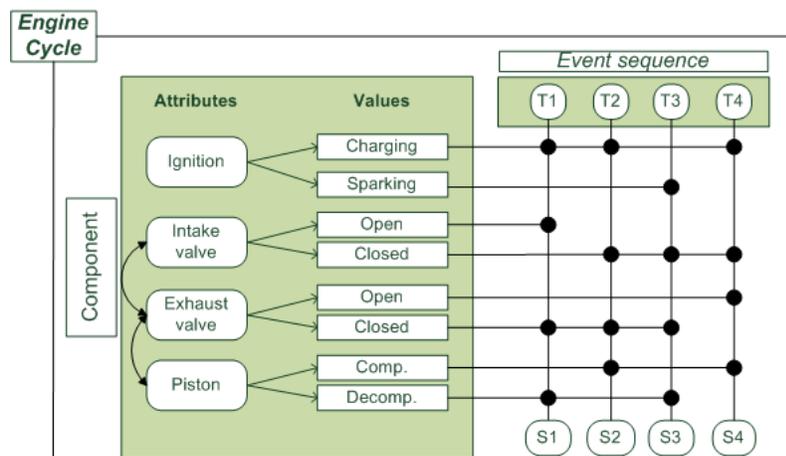
dove si osserva facilmente che il concetto Gallinae risulta essere il più distante (quindi il più dissimile) rispetto agli altri due subconcetti, mentre i più simili sono i concetti di Natatores e Grallatores.

Fino ad ora abbiamo utilizzato e affrontato dei concetti 'statici', che fanno parte di una tassonomia e che prendono anche il nome di '*object concept*', ma gli scienziati cognitivi hanno introdotto anche dei concetti 'dinamici' che prendono il nome di '*event concept*' e che ci saranno utili nell'analisi dell'esperimento del secchio di Newton. Tali concetti possono essere rappresentati con la struttura dei dynamic frames.

Negli studi portati avanti da Barsalou e Sewell [9] si è evidenziato che ogni qual volta un '*event concept*' è utilizzato, memorizzato... esso è processato in

⁹La categoria dei **Natatores** racchiude swans, geeses, ducks...; la categoria dei **Grallatores** comprende herons, screamers, storks... ed infine la categoria delle **Gallinae** comprende chickens, turkeys, quails..

modo differente rispetto a quanto si osserva per gli 'object concept'. Più specificatamente sembra che le relazioni temporali insite negli 'event concept' non sono rappresentate da attributi, ma organizzate secondo una sequenza temporale/cronologica; se così è - e la ricerca cognitiva al riguardo non ha fornito una risposta definitiva - è necessario modificare i dynamic frames al fine di rappresentare anche questi casi. Seguendo quanto proposto da Barsalou [8] potremmo utilizzare un dynamic frame i cui attributi assumano valori differenti a seconda della sequenza di eventi che si considera. Per esemplificare quanto detto, riportiamo l'esempio paradigmatico fornito dall'autore stesso e che coinvolge il ciclo del motore a scoppio: il dynamic frame corrispondente è il seguente



dove sulla sinistra è presente un 'object frame' in cui sono indicate le componenti di un motore a scoppio ed i possibili stati che ogni parte può assumere (*component frame*). In alto è presente la sequenza di eventi che caratterizza l'event concept - nel nostro caso un motore a scoppio a 4 tempi - e per ogni istante T_i sono indicati i valori assunti dagli attributi che appartengono al *component frame*. Infine nella parte in basso sono indicati i subconcetti (*stroke engine*) che vengono identificati per ogni istante nella sequenza temporale¹⁰.

Siamo ora in possesso della strumentazione concettuale necessaria per affrontare il concetto di relatività (relativo) in Mach che andremo ad analizzare nel paragrafo seguente.

¹⁰Non entreremo qui in ulteriori dettagli sugli event concept e rimandiamo alla letteratura in materia.

3 Il concetto di relatività in Mach.

In questo paragrafo vogliamo analizzare il concetto di relativo nell'opera machiana utilizzando i Dynamic Frames presentati nel paragrafo precedente. Questa analisi sarà utile per mettere in risalto alcuni aspetti della filosofia Machiana che ci permetteranno di comprendere nel suo corretto significato i passi più controversi che stanno alla base del nostro problema storico.

L'idea di relatività - o per meglio dire di *relazionale* - è un concetto cardine della filosofia machiana, anche se lo stesso Mach non esprime mai una discussione precisa su questo termine, o almeno non nei significati che il concetto è andato assumendo dopo la rivoluzione einsteiniana. La posizione machiana - come abbiamo avuto modo di presentare nell'introduzione - affonda le sue radici nella critica relazionale alla definizione di moto proposta da Newton e portata avanti in special modo da Leibniz e Berkley, ma risulta essere più organica e fondata maggiormente sulle scoperte scientifiche avvenute durante l'800 ad opera della fisica (elettrostatica e termodinamica in special modo). Nel suo complesso il pensiero di Mach prende il nome di *Neutral Monism* [2] ed ebbe una notevole influenza sia su W. James che su B. Russell per non tralasciare l'inevitabile fondamento che rappresentò per i filosofi del circolo di Vienna. Il punto focale di questo approccio filosofico consiste nell'ipotizzare che l'esperienza (nella sua interezza, comprendendo quindi anche la sfera umana ed emotiva) è costituita da elementi dello stesso tipo che non hanno caratteristiche specifiche, Mach li nomina infatti come '*elementi*'. Forse il modo più semplice per introdurli è riportare un passo delle "*Popular Scientific Lectures*" [30] che Mach tenne nel suo soggiorno praghese [da verificare]:

"Let us look at the matter without bias. The word consists of colours, sounds, temperature, pressures, spaces, times and so forth, which now we shall not call sensations, nor phenomena, because in either term an arbitrary, one-sided theory is embodied, but simply elements. The fixing of the flux of these elements, whether mediately or immediately, is the real object of physical research."

Sebbene gli elementi dell'esperienza non abbiano caratteristiche specifiche si possono distinguere in tre gruppi:

- ABC: elementi dei corpi ordinari; ad esempio tavoli, sedie ecc... elementi quindi che rappresentano ciò che usualmente è definito come mondo esterno.
- KLM: elementi che costituiscono il proprio corpo; ad esempio la retina dell'occhio, l'apparato nervoso e quello del tatto.
- $\alpha\beta\gamma$: elementi che formano le nostre rappresentazioni mentali; ad esempio il sentimento di felicità nel compiere un'azione, la rappresentazione mentale di un oggetto che non è più presente alla vista ecc..

La suddivisione che abbiamo proposto - e che Mach presenta in '*The Analysis of Sensations*' [29] - è puramente convenzionale ma ci permette di compiere un'utile suddivisione. Che sia una semplice convenzione ci è evidente dal seguente esempio: se consideriamo una candela che brucia di fronte a noi, per rappresentare completamente il fenomeno dovremmo considerare gli elementi che compongono la candela - la cera di cui è composta, gli elementi relativi alla luce emessa (elementi ABC), le superfici sensoriali del nostro corpo (elementi KLM) che ricevono gli effetti degli oggetti esterni - la retina del nostro occhio per fare un semplice esempio, i nervi che trasferiscono l'informazione dal sistema periferico a quello centrale ed infine la rappresentazione mentale che ne facciamo (elementi $\alpha\beta\gamma$). La determinazione della candela come oggetto esterno, come oggetto quindi studiato dalla Fisica, avviene solo perchè noi facciamo un filtro sulle relazioni che intercorrono fra i vari elementi che costituiscono l'esperienza, tralasciandone innumerevoli altre e concentrandoci solo su alcune; nel nostro esempio non consideriamo le relazioni che intercorrono fra ABC e KLM (e di conseguenza $\alpha\beta\gamma$).

Questo semplice esempio mostra anche un aspetto fondamentale per la nostra analisi: una singola esperienza, anche la più semplice come può essere l'osservazione di una candela che brucia, è estremamente complessa ed è costituita da un insieme di elementi in relazione reciproca. Il fatto poi che nello studio del mondo esterno vengano tralasciate numerose relazioni ci è consentito dalla seguente considerazione.

Prendendo spunto dalla termodinamica - quindi dallo studio di sistemi complessi ma chiusi - Mach afferma che in ultima analisi le relazioni fra gli elementi dell'esperienza possono essere rappresentate da un'equazione del tipo:

$$f(ABC, KLM, \alpha\beta\gamma) = 0 \quad (1)$$

dove i vari elementi interagiscono l'un l'altro, ma dove la somma delle relazioni porta ad un risultato nullo (proprio come nel caso della termodinamica). Se questa è la rappresentazione complessiva di un'esperienza, noi possiamo studiarne solo una parte - quella della Fisica per esempio - notando che in generale gli effetti degli elementi interni, così come quelli dell'apparato sensoriale, non sono determinanti per il verificarsi dell'esperienza. In questo modo riduciamo l'esperienza ad una funzione del tipo:

$$f(ABC) = 0 \quad (2)$$

che è un'equazione analizzabile dalla Fisica.

Se osserviamo più in dettaglio le due equazioni scopriamo che stanno ad indicare che quando un gruppo di elementi compie una variazione, un altro cerca di compensarlo, in modo tale che il risultato sia nullo. Tale aspetto risulta fondamentale per evitare la possibilità di cambi repentini che agiscono sugli elementi fisici, in modo tale che la somma totale dei cambiamenti sia sempre crescente o decrescente; l'equazione sta ad indicare che i cambiamenti fisici devono sottostare al principio dell'*assenza del perpetuum mobile*. Quando un

processo genera una differenza, il fatto accade solo perchè un'altra differenza viene diminuita.

L'approccio appena descritto è mutuato dallo studio storico della termodinamica: in "*The Conservation of Energy*" [28] Mach propone alcune analogie che spiegano il rapporto esistente fra gli elementi dell'esperienza e che sono il cardine delle sue ricerche successive; riportiamo un passo significativo:

"S. Carnot Found that whenever heat performs work, a certain quantity of heat goes from a higher temperature level to a lower one. He supposed in this that the quantity of heat remains constant. A simple analogy is this: if water [...] is to perform work, a certain quantity of it must flow from a higher to a lower level: the quantity of water remains constant during the process... Electricity can perform work when it flows from a body of higher potential to one of lower potential: the quantity of electricity remains constant. A body in motion can perform work if it transfers some of its vis viva to a body move more slowly. Vis Viva can perform work by passing from a higher velocity-level to a lower one; the vis viva then decreases".

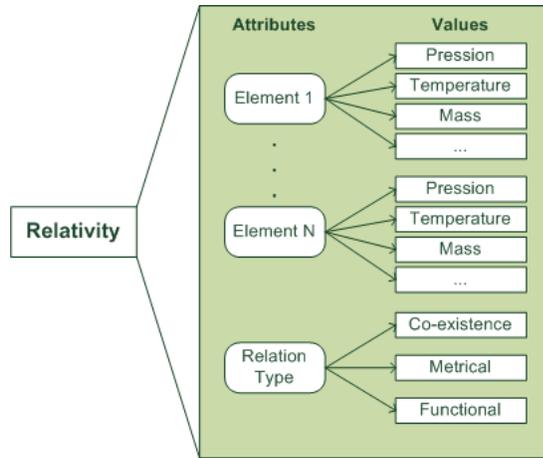
Questo passo indica in modo chiaro che per Mach non è significativo che la quantità di sostanza (calore, elettricità...) viene mantenuta, ma che tutte le energie possono essere rappresentate come combinazioni di potenziali naturali che causano la variazione di intensità di ciò che rappresentano (la temperatura nel caso del calore). Sono questi potenziali naturali che rappresentano la descrizione corretta del 'datum' fornito dall'esperienza e non eventuali costruzioni metafisiche che spesso sono alla base della nostra visione del mondo. A tale proposito già nell'articolo "*Bemerkungen uber die Entwicklung der Raumvorstellungen*" [26] del 1866 Mach critica pesantemente i concetti di spazio e tempo nella meccanica, ipotizzando che l'esperienza elementare della fisica è data dalle forze/pressioni che vengono misurate e che quindi i concetti della meccanica classica di Newton devono essere espressi attraverso di esse. Così ad esempio nel suddetto articolo Mach afferma l'importanza del concetto di forza e la sua indipendenza dalle relazioni spaziali su cui generalmente è definito osservando che "*...Now it seems to me that the fundamental law of force in nature need not contains the spatial relations of the pieces of matter, but must only state a dipendence between the states of the pieces of matter.*" Il concetto di forza/pressione viene ad assumere il ruolo della Temperatura all'interno dell'edificio della termodinamica, quindi di un potenziale naturale direttamente osservabile che descrive le relazioni intercorrenti fra gli elementi. Lo spazio ed il tempo, già nell'articolo del 1866, sono concetti derivati: quando infatti affermiamo che un concetto della fisica è 'funzione del tempo', stiamo affermando che esso dipende "*on the position of the swaying pendulum pendulum, on he position of the rotating earth...*", quindi su un moto secondario preso come campione. Se poi consideriamo che le posizioni dei corpi possono essere riconosciute solo dai loro stati fisici, stiamo semplicemente affermando che "*all the states of the material universe depend upon one another.*" Per mach dunque i concetti di spazio e tempo ed il loro utilizzo nella

meccanica newtoniana stanno ad indicare la relazione reciproca fra gli elementi dell'esperienza.

Questa ultima considerazione sarà portata alle estreme conseguenze nella Meccanica, dove la stessa accelerazione è interpretata come '*causata*' dalla variazione di un potenziale naturale. Se infatti consideriamo corpi molto distanti fra loro che si muovono con direzione e velocità costanti, rispetto a corpi fissi lontani, notiamo che essi variano le loro distanze in funzione del tempo. Possiamo anche dire che corpi molto distanti mutano le loro distanze reciproche in modo tale che esse mantengano la loro proporzionalità. Se ad esempio consideriamo il caso di due distanze r e ρ avremo la relazione $dr/d\rho = \text{cost}$. Supponiamo ora le masse in interazione, in modo tale che si presenti almeno un'accelerazione $d^2r/dt^2 = a$ e ricordiamo che il tempo a denominatore è esprimibile come la misura delle distanze fra i corpi celesti - come è già indicato nell'articolo del 1866. L'accelerazione di conseguenza assume la forma $d^2r/d\rho^2 = a$ e rappresenta un allontanamento dallo stato privilegiato individuato dall'equazione $d^2r/d\rho^2 = 0$. L'accelerazione è dunque pensata come un potenziale e ricondotta alle posizioni relative fra i corpi celesti.

Un aspetto importante da tenere in considerazione quando si analizza il concetto di relazione fra gli elementi è che queste relazioni fanno parte dell'esperienza, sono dedotte da essa e non sono mai poste dallo scienziato per organizzare l'esistente: ciò che è fornito dall'esperienza è un insieme di elementi (colori, suoni...) fusi con le relazioni che intercorrono fra essi.

Fino ad ora abbiamo presentato - in modo più o meno esplicito - il pensiero di Mach su ciò che sono gli elementi della sensibilità e sulle loro relazioni reciproche; ora cerchiamo di sistematizzare quanto presentato in un dynamic frame che rappresenti fedelmente il concetto di *relativity* in Mach. Per fare questo dobbiamo inizialmente determinare quali sono gli '*attributes*' del concetto ed in un secondo momento i possibili valori. Siccome la filosofia machiana coinvolge gli elementi e le relazioni fra di essi, gli attributi del concetto di relatività saranno gli elementi che si considerano di volta in volta ed il tipo di relazione che intercorre fra di essi; tutto ciò può essere rappresentato dal frame seguente:



dove il concetto di relativity ha una serie di elementi come 'attributi', che possono assumere ognuno certi 'valori'- quali Pression, Temperature, Mass - e dove è definito un tipo di relazione intercorrente fra gli elementi che, per quanto abbiamo presentato in precedenza, può assumere tre tipi di valori: '**Co-existence**', '**Metrical**' ed infine '**Functional**'.

La prima relazione, di coesistenza, sta ad indicare che due elementi sono nella relazione più semplice esistente, che è quella di co-esistenza. Quando osserviamo un oggetto e ne studiamo ad esempio il moto, generalmente astraiamo l'esperienza in esame tralasciando sullo sfondo l'insieme di corpi rispetto a cui si muove il corpo. I corpi lasciati sullo sfondo - che rappresentano il sistema di riferimento oggettivo, rispetto a cui valutiamo il moto - sono tali in quanto co-esistono insieme al corpo in moto, anche se non esercitano alcuna influenza (almeno apparente) su di esso. La relazione di co-esistenza fra i vari elementi dell'esperienza è una relazione base: qualsiasi elemento noi consideriamo è sempre in un rapporto di co-esistenza con alcuni altri. Come afferma Mach in '*Knowledge and error*' [31] "*Even a body, [...], belongs to a complex and so to the world; nothing exist in isolation*".

Il secondo tipo di relazione fra gli elementi dell'esperienza, quella che abbiamo definito come '**metrical**', coinvolge già alcuni concetti della fisica: così ad esempio se consideriamo il tavolo presente in cucina ed affermiamo che esso è lungo 2 metri stiamo in realtà stabilendo una 'relazione metrica' fra il tavolo ed il metro campione. Possiamo fare un esempio più complesso e riprendere la breve analisi sul concetto di tempo che abbiamo fatto poco sopra: anche in questo caso quando affermiamo che un evento accade ad un istante di tempo, stiamo in realtà stabilendo una relazione metrica fra l'evento considerato ed il moto di rotazione della terra, o se vogliamo del moto oscillatorio del pendolo. In modo del tutto analogo anche il concetto di temperatura è l'espressione di una relazione metrica; quando infatti affermiamo che la temperatura di un bichiere d'acqua è pari a 15° stiamo in realtà paragonando lo stato in cui si trova l'acqua in quel particolare istante rispetto a due altri stati e cioè il punto di fusione del ghiaccio ed il punto di ebollizione dell'acqua.

Più complessa risulta essere la terza relazione. Essa rappresenta nel suo insieme quello che generalmente va sotto il nome di legge fisica e che abbiamo espresso con la formula (2); per fare anche in questo caso un semplice esempio è sufficiente considerare la legge di Boyle ($PV = kT$) che mette in relazione la pressione, il volume e la temperatura di un gas perfetto. Sotto questo tipo di relazione - che indica un rapporto di interazione fisica - ricadono non solo le relazioni 'quantitative' fra gli elementi dell'esperienza come può essere la legge appena descritta, ma anche relazioni di interazione che sono espresse in modo 'qualitativo'. Un esempio classico di questo ultimo caso è rappresentato dall'analisi machiana dell'esperimento del secchio newtoniano: quando infatti Mach considera il caso delle stelle fisse in 'rotazione' ed il vaso fermo, supponendo la presenza di forze centrifughe nell'acqua contenuta nel secchio, sta proponendo - anche se in modo non chiaro - una relazione funzionale fra le stelle fisse e l'acqua che ha però una caratteristica solo 'qualitativa' e non quantitativa. Sarà in seguito compita di Einstein e di altri seguaci del pensiero machiano cercare di dare una forma 'quantitativa' a questa intuizione.

E' da osservare infine in merito al dynamic frame appena costruito, che la scelta dei valori dei singoli attributi determina completamente anche il tipo di relazione che intercorre fra di essi; così ad esempio se si scelgono come valori la pressione, la temperatura ed il volume di un gas perfetto, il valore della 'relation type' è determinato come FUNCTIONAL.

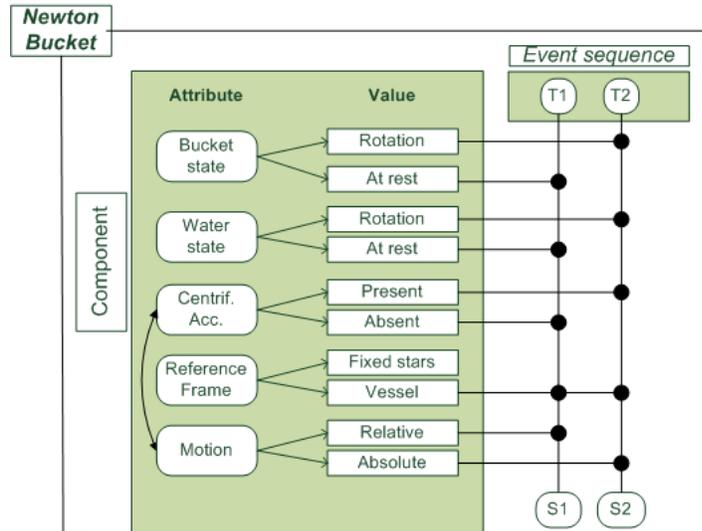
Una volta chiarito cosa si intenda per relativo nell'opera di Mach, viene utile analizzare l'esperimento del secchio di Newton utilizzando gli 'event concept' introdotti nei paragrafi precedenti. Per iniziare ricordiamo che l'esperimento del secchio fu utilizzato da Newton per discernere fra moto relativo e moto assoluto e qui di seguito riportiamo le sue osservazioni presenti nello Scholium:

If a vessel, hung by a long cord, is so often turned about that the cord is strongly twisted, then lled with water, and held at rest together with the water; after, by the sudden action of another force, it is whirled about in the contrary way, and while the cord is untwisting itself, the vessel continues for some time this motion; the surface of the water will at rst be plain, as before the vessel began to move; but the vessel by gradually communicating its motion to the water, will make it begin sensibly to revolve, and recede by little and little, and ascend to the sides of the vessel, forming itself into a concave gure [. . .] This ascent of the water shows its endeavour to recede from the axis of its motion; and the true and absolute circular motion of the water, which is here directly contrary to the relative, discovers itself, and may be measured by this endeavour. [. . .] And therefore, this endeavour does not depend upon any translation of the water in respect to ambient bodies, nor can true circular motion be dened by such translation

Secondo lo scienziato inglese la presenza di accelerazioni centrifughe nell'acqua quando il secchio è in rotazione - ed espresso dalla forma concava del pelo dell'acqua - stavano ad indicare la presenza di un moto assoluto dell'acqua.

Infatti come si spiega la forma concava dell'acqua quando si considera il secchio in rotazione? Per un osservatore posizionato sul secchio l'acqua è sempre a riposo sia quando il secchio è fermo, sia quando il secchio è in moto.

L'esperimento del secchio può essere rappresentato dal frame seguente:

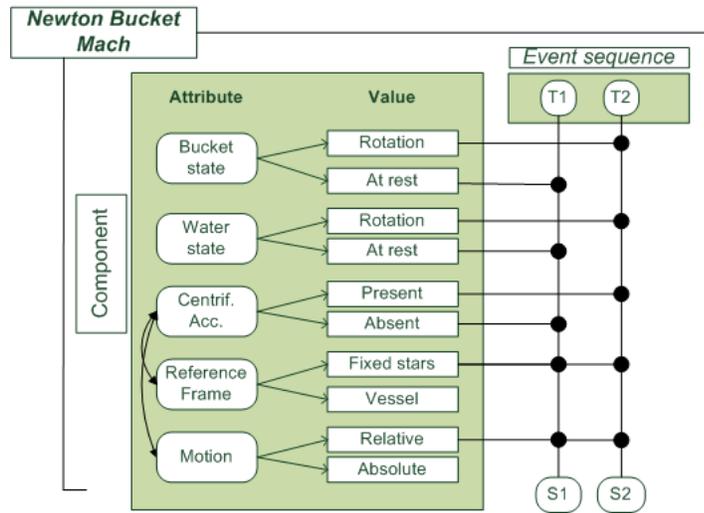


dove possiamo evidenziare che nel component frame sono presenti una serie di attributi che rappresentano lo stato del secchio, dell'acqua, l'accelerazione centrifuga, il sistema di riferimento ed infine il tipo di moto. Come ci aspettiamo l'event sequence è costituita solo da due istanti identificati dallo stato di moto del secchio. E' da notare inoltre che per Newton la presenza di accelerazione centrifuga determina in modo univoco lo stato di moto; da questo punto di vista siamo in presenza di un *attribute constraints* (valutare se è piuttosto un vincolo sui valori assunti). Infine osserviamo che per Newton il sistema di riferimento 'fisico' su cui è incentrato il ragionamento è il secchio, mentre ad esempio non sono considerate le stelle fisse (cosa che propone Mach come vedremo fra poco).

Se quello riportato sopra è l'event concept per l'esperimento del secchio proposto da Newton, possiamo ora analizzare e proporre quale sia l'event concept relativo alle considerazioni di Mach in riferimento alla citazione (1) che qui di seguito riportiamo:

“Newton’s experiment with the rotating vessel of water simply inform us, that the relative rotation of water with respect to the sides of the vessel produce no noticeable centrifugal force, but that such forces are produced by its relative rotation with respect to the mass of the earth and other celestial bodies”

Il frame corrispondente è indicato nella figura seguente:

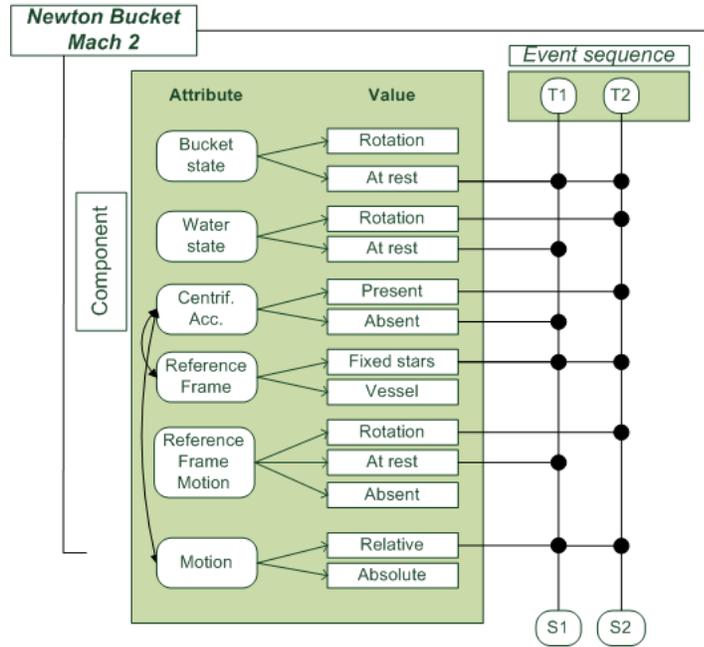


Un aspetto da mettere in evidenza subito è che nel passaggio fra l'event concept di Newton e quello di Mach vi è una sostanziale 'stabilità strutturale' [37] che facilita il paragone fra i due. La differenza sostanziale consiste nella valutazione del sistema di riferimento: ciò che per Newton non era significativo ora per Mach - alla luce della sua posizione filosofica - diviene importante. Le accelerazioni centrifughe infatti sono valutate rispetto alla sfera delle stelle fisse e non rispetto alle pareti del secchio. Si noti inoltre che la presenza/assenza delle forze inerziali determina non solo il tipo di moto, ma anche il sistema di riferimento.

Oltre alla semplice interpretazione dell'esperimento del secchio, Mach fece anche alcune congetture che portano a pensare ad un meccanismo causale che determini le proprietà inerziali dell'acqua nel vaso: un esempio classico è il passo seguente:

“Try to fix the newtonian vessel and rotate the sphere of fixed stars and then prove the absence of centrifugal forces”⁽²⁾

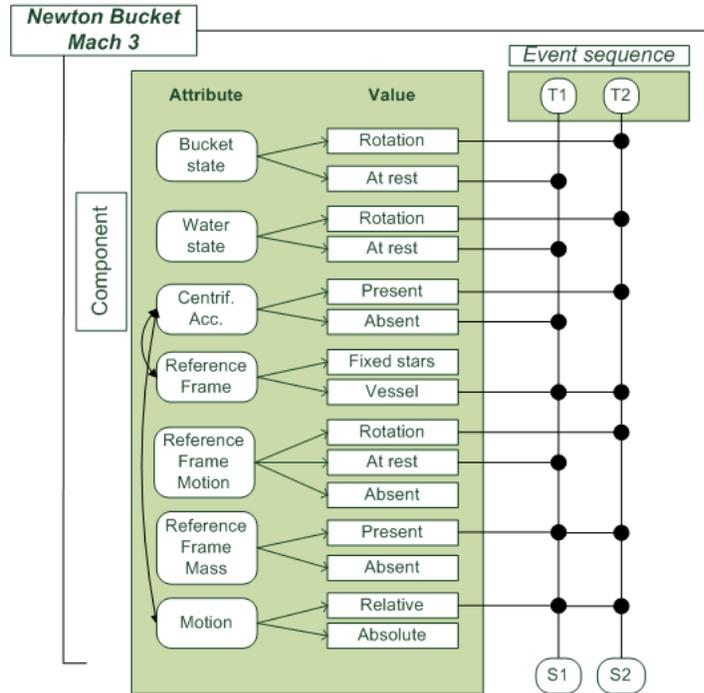
da cui è facile dedurre che l'accelerazione centrifuga nell'acqua si presenterebbe anche nel caso in cui il vaso rimanga fisso, mentre le stelle compiano una rivoluzione intorno ad esso. Possiamo costruire un event-concept anche per questo esperimento ipotetico suggerito da Mach: a differenza dei due precedenti è necessario introdurre un'attribute relativo al tipo di moto del sistema di riferimento. con questo semplice accorgimento si ha il dynamic frame seguente:



dove si osserva che nell'istante T_2 le accelerazioni centrifughe sono presenti nell'acqua, che esse sono valutate in riferimento alla sfera delle stelle fisse e che queste ultime sono in rotazione rispetto al secchio. Un ragionamento analogo si può anche fare per un'altra osservazione machiana che ha suscitato nell'arco del tempo molto interesse e che suggerisce l'esistenza di un meccanismo causale come nella citazione (3):

“No one is competent to say how the experiment would turn out if the sides of the vessel increased in thickness and mass till they were ultimately several leagues thick” (3)

In questo caso entrano in gioco la massa e le dimensioni delle pareti del secchio - sebbene la prima abbia maggiore significato - che ritorna ad avere i connotati di sistema di riferimento. Sebbene l'espressione di Mach sia un avvertimento a non oltrepassare i limiti dell'esperienza, viene facile considerare la (3) come un esperimento mentale da compiere; a tale riguardo si tenga presente che Einstein nell'articolo del 1912 [11] considera proprio un guscio sferico di materia che ruota attorno ad una particella massiva posta al suo interno. Anche questa terza citazione può essere trasferita in un dynamic frame aggiungendo un ulteriore 'attribute' relativo alla massa del sistema di riferimento, che porta al seguente event-concept:



E' interessante notare che nell'ultima osservazione di Mach interviene per la prima volta una caratteristica dinamica come la massa che possa determinare la presenza delle accelerazioni centrifughe nell'acqua; nei precedenti event-concept questo aspetto non era presente.

Sebbene i quattro event-concept abbiano una '*stabilità strutturale*' come abbiamo già avuto modo di affermare, può essere interessante determinare la loro similarità proiettando gli attributi in uno spazio multidimensionale - come è stato fatto per la tassonomia di Sundeval. Limitiamoci a considerare i concetti S_2 degli event-concepts in quanto sono i maggiormente significativi e associamo i singoli attributi ad una dimensione di uno spazio 7-dimensionale ¹¹; coi ad esempio se consideriamo l'attributo 'bucket state' esso può assumere i valori AT REST e ROTATION che sono mappati nei valori $\{-1, 1\}$. In questo modo i subconcetti S_2 sono rappresentati dai vettori:

$$S_{2N} = (1, 1, 1, -1, 1, -1, -1)$$

$$S_{2M1} = (1, 1, 1, 1, -1, -1, 1)$$

$$S_{2M2} = (-1, 1, 1, 1, 1, -1, 1)$$

$$S_{2M3} = (1, 1, 1, -1, 1, 1, 1)$$

¹¹Abbiamo considerato i sette '*attributes*' dell'ultimo event-concept

da cui si ricavano le distanze:

$$d(S_{2N}, S_{2M1}) = \frac{S_{2N} \cdot S_{2M1}}{\|S_{2N}\| \|S_{2M1}\|} = 0.020$$

$$d(S_{2N}, S_{2M2}) = \frac{S_{2N} \cdot S_{2M2}}{\|S_{2N}\| \|S_{2M2}\|} = 0.020$$

$$d(S_{2N}, S_{2M3}) = \frac{S_{2N} \cdot S_{2M3}}{\|S_{2N}\| \|S_{2M3}\|} = 0.061$$

$$d(S_{2M1}, S_{2M2}) = \frac{S_{2M1} \cdot S_{2M2}}{\|S_{2M1}\| \|S_{2M2}\|} = 0.061$$

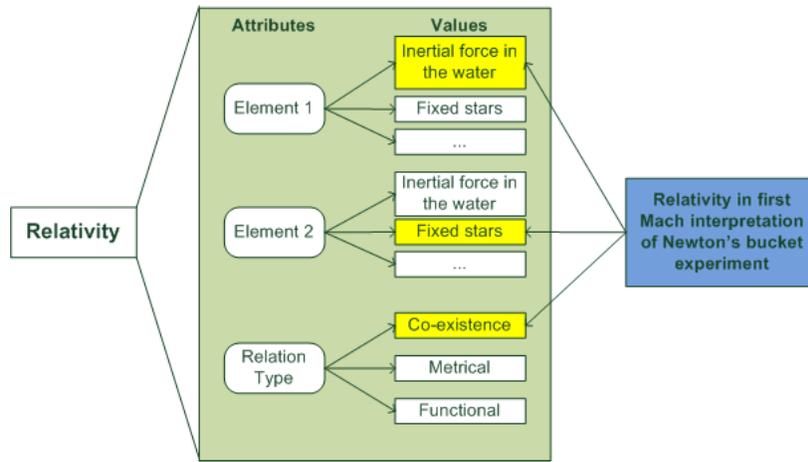
$$d(S_{2M1}, S_{2M3}) = \frac{S_{2M1} \cdot S_{2M3}}{\|S_{2M1}\| \|S_{2M3}\|} = 0.020$$

$$d(S_{2M2}, S_{2M3}) = \frac{S_{2M2} \cdot S_{2M3}}{\|S_{2M2}\| \|S_{2M3}\|} = 0.020$$

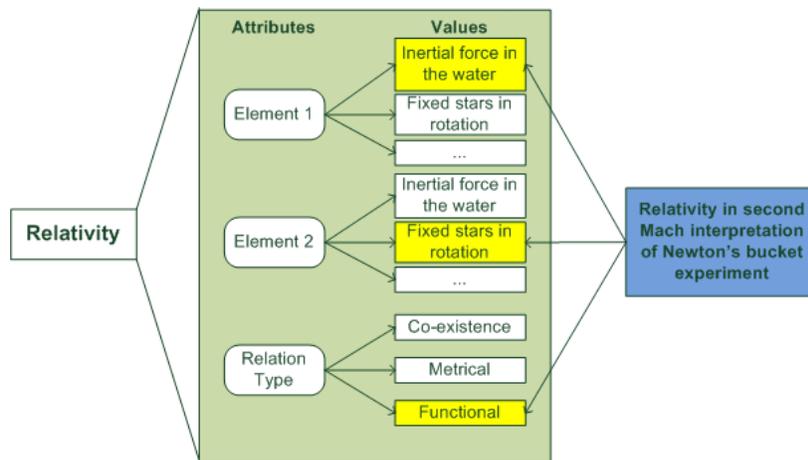
dove al posto della distanza euclidea si è utilizzata la '*cosine similarity*'¹² che è generalmente utilizzata nell'Information Retrieval per confrontare due vettori. Si noti che più il valore calcolato è alto e maggiore è la similarità fra i due concetti. Con questa semplice osservazione, si deduce che la similarità fra il concetto S_2 nell'event-concept di Newton e quello corrispondente alla prima e seconda osservazione di Mach (citazione (1) e (3)) è molto bassa e non vi è differenza se si considera la prima o la seconda osservazione. Vi è invece una maggiore similarità con la terza osservazione (citazione (3)), in quanto l'esperimento è sostanzialmente lo stesso, vi è 'solo' la considerazione aggiuntiva sulla massa del sistema di riferimento. Se infine confrontiamo le tre osservazioni di Mach fra di loro, otteniamo che le prime due sono molto simili, mentre la differenza tra queste ultime e la terza è sicuramente maggiore.

Per completare l'analisi dell'esperimento del secchio rimane da determinare il dynamic frame corrispondente al concetto di relativo e i valori in esso validi. Se consideriamo l'event-concept relativo alla citazione (1) vediamo che gli elementi che sono coinvolti sono le forze inerziali e la presenza delle stelle fisse. E' facile osservare che la 'relation type' è di tipo CO-EXISTENCE in quanto Mach osserva semplicemente che le accelerazioni centrifughe nell'acqua si presentano in riferimento alla sfera delle stelle fisse. Tali osservazioni possono essere riprodotte nel dynamic frame seguente:

¹²La cosine similarity è definita come $\cos \theta = \frac{A \cdot B}{\|A\| \|B\|}$



Di altro genere risulta essere il dynamic frame corrispondente alla citazione (3), dove gli elementi che intervengono nel concetto di relativity sono sempre le accelerazioni centrifughe nell'acqua e la rotazione delle stelle fisse; in questo caso però l'attributo 'relation type' assume il valore FUNCTIONAL in quanto si stabilisce una relazione 'causale' fra il primo ed il secondo elemento. E' indubbiamente vero che il valore CO-EXISTENCE potrebbe anche essere assunto, ma il valore FUNCTIONAL include in esso anche il più semplice relation type.



Dovremmo anche discutere il dynamic frame relativo all'ultima citazione di Mach (la (3)), ma essa a ben vedere corrisponde alla precedente; anzi ne rafforza la caratteristica funzionale in quanto oltre al movimento del sistema di riferimento (in quest'ultimo caso il secchio e non le stelle fisse) si introduce - come già affermato - un ulteriore aspetto dinamico che è la massa delle pareti del vaso.

4 Conclusioni

Nel presente articolo abbiamo utilizzato i dynamic frame per chiarire il concetto di 'relativo' nell'opera machiana. Abbiamo sottolineato che esso può essere caratterizzato da tre tipologie di 'relation type' e che questo aspetto è determinato dal gruppo di elementi che è preso in considerazione. In seguito abbiamo analizzato l'esperimento del secchio di Newton e le osservazioni ad esso fornite da Mach, creando di volta in volta degli event-concept che ne mettano in evidenza gli aspetti più significativi. Immergendo poi queste informazioni in uno spazio multidimensionale si è anche cercato di capire la similarità fra i vari concetti coinvolti. Per concludere infine si è specificato il concetto di relativo per gli event-concept corrispondenti alle osservazioni di Mach, mostrando come nelle citazioni più controverse la relation type è di tipo funzionale.

References

- [1] Barker P. Chen X. Andersen, H. *The cognitive structure of scientific Revolutions*. Cambridge University, 2006.
- [2] E.C. Banks. *Ernst Mach s World Elements: A Study in Natural Philosophy*. Springer, 2003.
- [3] Julian B. Barbour and Herbert Pfister. *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity (Einstein Studies 6)*. Birkhauser, 1995.
- [4] L.W. Barsalou. Ad hoc categories. In *Memory and Cognition 11*, pages 211–227. 1982.
- [5] L.W. Barsalou. The instability of graded structure: implication for the nature of concepts. In *Concept and Conceptual Development: Ecological and Traditional Factors in Ctaegotization*, pages 101–140. 1987.
- [6] L.W. Barsalou. The concept and organization of autobiographical memories. In *Remembering Reconsidered: Ecological and Traditional Approaches to the study of memory*, pages 193–229. 1988.
- [7] L.W. Barsalou. Deriveing categories to achieve goal. In *Advances in Social Cognition 3*, pages 61–88. 1991.
- [8] L.W. Barsalou. Frames, concepts and conceptual fields. In *Frames, fields, and contrasts*, pages 21–74. 1992.
- [9] Sewell D.R. Barsalou, L.W. Contrasting the representation of scripts and categories. *Journal of Memory and Language (24)*, 1985.
- [10] F.C. Bartlett. *Remembering*. Cambridge University, 1932.
- [11] A. Einstein. Is there a gravitational effect which is analogous to electrodynamic induction? In *The Collected Papers of Albert Einstein, Volume 4*. Princeton University Press, 1996.
- [12] A. Einstein. On the foundations of the general theory of relativity. In *The Collected Papers of Albert Einstein, Volume 7*. Princeton University Press, 1997.
- [13] A. Foppl. *Akademie der Wissenschaften, Munchen, Mathematisch-WissenschafttlicheKlasse, Sitzungs, 5*. 1904.
- [14] A. Foppl. *Akademie der Wissenschaften, Munchen, Mathematisch-WissenschafttlicheKlasse, Sitzungs, 6*. 1904.
- [15] Friedlander I Friedlander B. *Absolute oder Relative Bewegung?* Berlino, 1896.
- [16] E. Gasco. Mach's contribution to the origin of inertia. <http://philsci-archive.pitt.edu/1259/>, 2003.

- [17] E. Gasco. Il principio di mach: le prime considerazioni di einstein (1907-12). *Quaderni di Storia della Fisica*, 2005.
- [18] Berkeley George. *The Works of George Berkeley, Bishop of Cloyne*. Thomas Nelson and Sons, 1948-1957.
- [19] W Hofmann. *Bewegung und Tragheit*. Leipzig, 1904.
- [20] G. Holton. Mach, einstein and the search for reality. In *Ernst Mach: Physicist and Philosopher*. Springer, 1970.
- [21] Barbour J.B. Einstein and mach's principle. In *The genesis of General Relativity*, volume 3 of *Boston Studies in the Philosophy of Science*. Springer, 2007.
- [22] Lagrange J.L. Essai sur le probleme des trois corps. -, 1772.
- [23] T. S. Kuhn. *The Structure of Scientific Revolutions*. University of Chicago Press, 1970.
- [24] J.M. Kuukkanen. Meaning change in the context of thomas s. kuhn s philosophy. <http://hdl.handle.net/1842/1259>, 2006.
- [25] Leibniz. *The Leibniz-Clarke Correspondence*. Manchester University Press, 1956.
- [26] E. Mach. Bemerkungen uber die entwicklung der raumvorstellungen. In *Fichtes Zeitschrift fur Philosophie und philosophische Kritik*. 1866.
- [27] E. Mach. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung. Historisch-kritisch dargestellt*. Leipzig, 1883.
- [28] E. Mach. *On the principle of the conservation of energy*. 1894.
- [29] E. Mach. *Die Analyse der Empfindungen*. Jena, 1906.
- [30] E. Mach. *Popular Wissenschaftliche Vorlesungen*. Leipzig, 1910.
- [31] E. Mach. *Knowledge and Error*. Springer, 1976.
- [32] N.J. Nersessian. *Creating Scientific Concepts*. Canbridge, MA, 2008.
- [33] J.D. Norton. Mach's principle before einstein. In Pfister H Barbour JB, editor, *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity (Einstein Studies 6)*., pages 9–57. Birkhauser, 1995.
- [34] J. Renn. The third way to general relativity: Einstein and mach in context. In *The Genesis of General Relativity*, pages 945–1000. Springer, 2007.
- [35] E Rosch. Natural categories. In *Cognitive Psychology 4*, pages 328–350. 1973.

- [36] E Rosch. Family resemblances: Studies in the internal structures of categories. In *Cognitive Psychology* 7, pages 573–605. -, 1975.
- [37] Schurz G. Votsis, I. A frame-theoretic analysis of two rival conceptions of heat. *Studies in History and Philosophy of Science Part A* (43), 2012.
- [38] L.W. Wittgenstein. *Philosophical Investigations*. Oxford: Blackwell, 1953.
- [39] F. Zenker. From features via frames to spaces: Modeling scientific conceptual change without incommensurability or aprioricity. In *Frames and Concept Types*, pages 69–89. Springer, 2014.